

光电工程

Opto-Electronic Engineering

中文核心期刊 中国科技核心期刊
Scopus CSCD

超长空间激光传输数值模拟研究进展

华喆悻, 徐兆锐, 彭韶婧, 刘烨, 刘崇, 吴兰, 刘东

引用本文:

华喆悻, 徐兆锐, 彭韶婧, 等. 超长空间激光传输数值模拟研究进展[J]. 光电工程, 2024, 51(2): 230185.

Hua Z Y, Xu Z R, Peng S J, et al. Research progress on numerical simulations of long space laser propagation[J]. *Opto-Electron Eng*, 2024, 51(2): 230185.

<https://doi.org/10.12086/oe.2024.230185>

收稿日期: 2023-07-26; 修改日期: 2023-11-17; 录用日期: 2023-11-23

相关论文

空间引力波探测望远镜研究进展

王小勇, 白绍竣, 张倩, 林栩凌, 李洋, 夏晨晖

光电工程 2023, 50(11): 230219 doi: [10.12086/oe.2023.230219](https://doi.org/10.12086/oe.2023.230219)

空间引力波望远镜内部光场计算方法研究

刘烨, 华喆悻, 彭韶婧, 吴兰, 刘东, 刘崇

光电工程 2023, 50(11): 230186 doi: [10.12086/oe.2023.230186](https://doi.org/10.12086/oe.2023.230186)

基于离轴四反的空间引力波探测激光发射望远镜设计

范子超, 谈昊, 莫言, 王海博, 赵璐佳, 冀慧茹, 姜治渝, 彭如意, 付利平, 马冬林

光电工程 2023, 50(11): 230194 doi: [10.12086/oe.2023.230194](https://doi.org/10.12086/oe.2023.230194)

空间引力波星载望远镜测试与评估技术研究进展

张兰强, 曾意, 吴小虎, 杨金生, 阮晓莉, 辛强, 顾乃庭, 饶长辉

光电工程 2024, 51(2): 240027 doi: [10.12086/oe.2024.240027](https://doi.org/10.12086/oe.2024.240027)

更多相关论文见光电期刊集群网站 



光电工程
Opto-Electronic Engineering

<http://cn.ojournal.org/oe>



OE_Journal



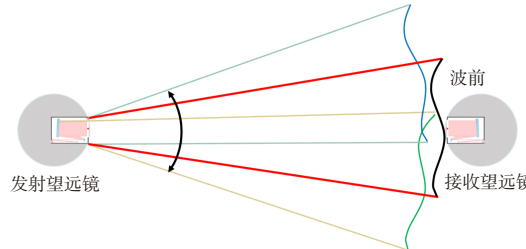
Website

DOI: 10.12086/oe.2024.230185

超长空间激光传输数值模拟研究进展

华喆, 徐兆锐, 彭韶婧, 刘 烨, 刘 崇,
吴 兰, 刘 东*

浙江大学光电科学与工程学院 现代光学仪器国家重点实验室,
浙江 杭州 310027



摘要: 文章主要围绕空间引力波探测中超长空间链路传输部分进行介绍, 概述了目前国内外星间传输仿真时采用的计算方法, 以及指向抖动引起的相位噪声分析方法。相较于地基引力波探测, 空间引力波探测可以有效降低噪声, 增加干涉臂长度, 从而实现更高精度、更低频率的探测。在长达数百万公里的传输距离, 以及皮米量级数值模拟的精度要求下, 需要考虑指向角变化引起的相位噪声。研究表明, 在 2.5×10^9 m 的传输距离下, 离焦和像散是影响指向抖动噪声的主要像差。通常情况下, 相位驻点位置与原点位置存在一定偏离, 需要对望远镜角度进行调整, 才能使相位噪声最小化。在相位驻点位置进行引力波探测, 可以有效降低相位噪声, 并降低望远镜出瞳波前的质量要求。而大的离焦像差与小的彗差可以使相位驻点接近光轴, 提高接收到的激光功率。

关键词: 空间引力波探测; 空间链路传输; 指向抖动噪声; 相位驻点

中图分类号: O439; TH743

文献标志码: A

华喆, 徐兆锐, 彭韶婧, 等. 超长空间激光传输数值模拟研究进展 [J]. 光电工程, 2024, 51(2): 230185

Hua Z Y, Xu Z R, Peng S J, et al. Research progress on numerical simulations of long space laser propagation[J]. Opto-Electron Eng, 2024, 51(2): 230185

Research progress on numerical simulations of long space laser propagation

Hua Zheyi, Xu Zhaorui, Peng Shaojing, Liu Ye, Liu Chong, Wu Lan, Liu Dong*

State Key Laboratory of Modern Optical Instrumentation, College of Optical Science and Engineering, Zhejiang University, Hangzhou, Zhejiang 310027, China

Abstract: This paper mainly introduces the development of space gravitational wave transmission and laser propagation in space gravitational wave detection. We profile the calculation methods used in the simulation of laser propagation and jitter noise in space-based laser interferometry. Compared with ground detection, space gravitational wave detection can effectively reduce noise and increase the length of the interference arm to realize high-precision gravitational wave detection. Under the distance of millions of kilometers and the precision requirements of the picometer level, it is necessary to consider the phase noise caused by pointing jitter with the telescope. Research has shown that defocus and astigmatism are the main aberrations affecting jitter noise at a distance of 2.5×10^9 m. There is a deviation between the phase stationary point and the origin position. To minimize

收稿日期: 2023-07-26; 修回日期: 2023-11-17; 录用日期: 2023-11-23

基金项目: 国家重点研发计划 (2021YFC2202001)

*通信作者: 刘东, liudongopt@zju.edu.cn。

版权所有©2024 中国科学院光电技术研究所

the phase noise, the telescope angle needs to be adjusted. The gravitational wave detection at the phase stationary point can effectively reduce the phase noise and the requirements of the telescope exit pupil wavefront RMS. The large defocus and small coma can make the phase stationary point close to the optical axis and increase the received laser power.

Keywords: gravitational wave detection; space propagation; jitter noise; phase stationary point

1 引言

1915 年, 爱因斯坦发表了广义相对论的相关工作, 并在之后预言了引力波的存在^[1]。1974 年, 泰勒和赫尔斯利用射电望远镜发现了一个孤立双星系统中的一颗射电脉冲星, 经观察发现这对双星间的距离正以非常缓慢的速度逐渐减小, 该重要观察结果间接证明了引力波的存在^[2]。随着激光干涉测量技术的发展, 在 2015 年 9 月, 美国地面激光干涉引力波天文台 (LIGO, laser interferometer gravitational observatory) 直接探测到了 13 亿光年外的两黑洞合并所产生的引力波^[3]。这一观测结果证实了爱因斯坦对于引力波存在的预言。

近年来, 人们发现在 0.1 mHz~1 Hz 频段存在大量天体波源。然而地表附近存在自然活动引起的低频噪声, 其噪声峰值在 150 mHz^[4], 即使设计良好的隔振系统, 仍会对引力波探测产生明显的干扰。为探测这一频段、且强度更低的引力波, 科学家提出了空间引力波探测计划。在太空搭建引力波探测系统可以有效避免地表附近的低频振动噪声, 接近真空的环境使传输过程不会受到气候变化引起的环境干扰, 并可以大幅增加干涉臂的长度, 进一步提高引力波的探测精度。但望远镜本身出射波前存在像差^[5], 而系统中光压、热变形、振动等影响必然会引起指向角度的抖动, 对于数百万公里的干涉臂长, 1 nrad 的角度变化就能引起中心区域数米的改变, 指向抖动会与发射望远镜波前畸变耦合产生相位噪声^[6-7]。而引力波所引起的光程变化往往在 pm 量级甚至更低, 这也对噪声的抑制提出了极高的要求。

空间引力波项目最早为 20 世纪 90 年代由美国 NASA 和欧洲 ESA 合作的 LISA (Laser Interferometer Space Antenna) 项目^[6,8-10]。最初 LISA 计划由 3 个各自相距 5×10^9 m 的航天器组成, 呈等边三角形分布, 组成的平面与黄道面夹角约为 60° 。航天器编队质心位于地球绕太阳的公转轨道上, 并落后地球约 20° 。探测的引力波频段为 1 mHz 到 1 Hz。每个航天器各自

具有两个测试质量, 通过激光干涉测量系统来确定航天器间测试质量的间距。引力波会引起测试质量间光程的改变, 再根据干涉信号反演出引力波的信号。干涉臂长经过数次修改后, 最终定为 2.5×10^9 m。

作为最早提出的空间引力波探测项目, LISA 系统是目前的研究重点, 后续提出的引力波探测计划大多基于 LISA 系统的参数进行修改或进一步优化。除 LISA 系统外, 还有以太阳系引力分布的精密测量和引力波探测为目标的 ASTROD (astrodynamical space test of relativity using optical devices) 计划^[11], 这一系统臂长为 2.6×10^{11} m。对应的频率范围为 $10^{-9} \sim 10^{-4}$ Hz; 主要研究中质量黑洞的 ALIA (Advanced Laser Interferometer Antenna) 计划^[12], 以及探测宇宙引力背景的 BBO (Big Bang Observer) 计划^[13]等。

国内目前提出了两套空间引力波探测计划, 分别为“天琴”计划^[14]与“太极”计划^[15-16]。航天器运行轨道如图 1 所示。

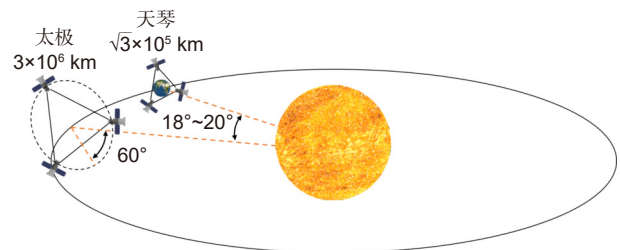


图 1 天琴与太极计划轨道

Fig. 1 TianQin and Taiji spacecraft in orbit around the Sun

天琴计划于 2014 年提出, 并于 2015 年 7 月正式启动。天琴计划的探测频段为 0.1 mHz 到 1 Hz。主要波源包括银河系致密双星旋近、恒星级双黑洞旋近、大质量黑洞合并、极端质量比旋近以及宇宙早期的相变过程等, 有望为研究星系和黑洞的天体物理历史、致密星团和星系核区动力学、引力和黑洞本质、宇宙膨胀, 以及与早期宇宙过程相关的基本物理提供关键信息^[17-18]。

太极计划由中国科学院在 2008 年发起, 其臂长为 3×10^9 m, 编队质心同样位于地球公转轨道上, 编

队平面与黄道面呈 60° 夹角。目标的探测频段同样是 0.1 mHz 到 1 Hz ^[19-20]。2019 年 8 月 31 日, 我国成功发射“太极 1 号”单星, 验证各项关键技术路线的可行性。激光干涉测距精度达到 $100 \text{ pm}/\sqrt{\text{Hz}}$, 实现了我国迄今为止最高精度的空间激光干涉测量, 并进行了其他关键技术的在轨测试^[21]。

测试的结果距离预期的计划要求仍然存在差距。为实现高精度的空间引力波探测, 需要建立精确的系统仿真模型。在空间引力波探测系统数百万公里的传输距离下, 若要实现 pm 量级的数值模拟精度, 需对仿真模型中的数学近似过程中忽略的微小偏差进行重新评估, 得到更符合空间引力波探测要求的星间链路传输模型。

本文第二部分总结了星间链路传输数值模拟的几类方法与空间等离子体环境的影响, 第三部分梳理了星间链路传输中由指向抖动引起的相位噪声分析方式与结果, 并总结了降低指向抖动噪声的方法。

2 星间链路传输

以 LISA 计划为例, 工作中心波长为 1064 nm , 经过发射望远镜扩束后出射, 再通过自由传输抵达接收望远镜, 发射望远镜与接收望远镜的距离为 $2.5 \times 10^9 \text{ m}$ 。系统本身 pm 量级的精度要求, 意味着仿真精度需要比 pm 量级低至少 1 个数量级。图 2 给出了光束经激光器发射, 通过发射望远镜系统准直扩束, 再经星间环境自由传输抵达远场接收面的示意图。

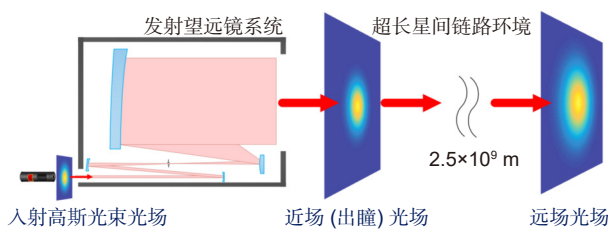


图 2 星间链路传输
Fig. 2 The inter-satellite link transmission

在 $2.5 \times 10^9 \text{ m}$ 的传输距离下, 通常采用夫琅禾费衍射描述远场的相位分布。夫琅禾费衍射近似引入的相位误差需要满足的条件为

$$\frac{k(x_0^2 + y_0^2)_{\max}}{2z} \ll \pi, \quad (1)$$

其中: k 为波数, $(x_0^2 + y_0^2)$ 为出瞳面上一点到光轴中心的距离, z 为传输距离。根据 LISA 系统的参数, 可以由式 (1) 计算出引入的光程误差约为 4.5 pm , 已经

大于传输精度要求。不过这一近似误差体现在相位常数上的改变, 不会对系统的动态分析或是像差分析结果产生影响。不考虑相位常数的情况下, 采用夫琅禾费衍射近似仍是可行的。

在星间传输中, 由于光压、热变形、振动等一系列误差, 会引起指向角度的改变。角度变化可以分为静态角(θ_0, ψ_0)与动态角(θ_1, ψ_1)。由指向角引入的额外相位因子为

$$\exp(ikr \cdot \sin \theta \cdot \cos(\phi - \psi)) \approx \exp(ikr \theta \cdot \cos(\phi - \psi)), \quad (2)$$

其中:

$$\theta = \sqrt{\theta_0^2 + \theta_1^2 + 2\theta_0\theta_1 \cos \delta\psi},$$

$$\psi = \arctan\left(\frac{\theta_0 \sin \psi_0 + \theta_1 \sin \psi_1}{\theta_0 \cos \psi_0 + \theta_1 \cos \psi_1}\right). \quad (3)$$

部分参数的物理含义如图 3 所示。符号(r, ϕ)表示初始光场的极坐标分布, θ 表示为出射光束与原理想光轴 z 轴方向的夹角, ψ 则表示为出射光束在出瞳面 xOy 平面的二维投影, $\delta\psi = \psi_0 - \psi_1$ 。其中 $\sin \theta$ 近似为 θ 引入的相位偏差, 为 θ^3 量级, 在望远镜预期 $7 \mu\text{rad}$ 的发散角以内^[6], 指向角引起的相位误差仍然小于 0.01 pm , 可以忽略。舍去的强度部分对远场相位影响则更小, 因此这一近似是可行的。

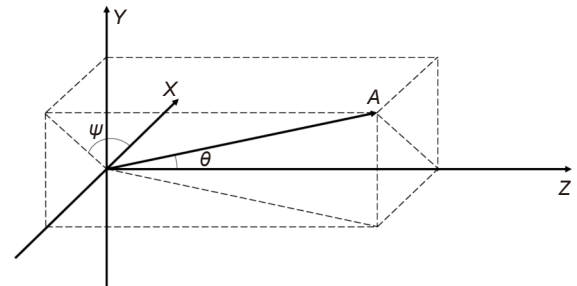


图 3 指向角度物理意义
Fig. 3 The physical meaning of the pointing angle

Kenny 等人^[22]在进行星间链路传输仿真中, 为提高计算精度, 选择了数值积分方法。数值积分通过离散采样, 加权求和的方式, 代替衍射计算过程中的积分部分, 例如梯形法则、辛普森法则、龙贝格积分以及高斯积分等。

而 Weaver 等人^[23]提到采用模式展开法计算远场复振幅。使用厄米高斯光束拟合发射望远镜出瞳的复振幅, 再根据各阶厄米高斯光束的解析表达式可以快速求解远场结果。

数值积分的方法可以更有效地适用于各类复振幅分布, 采用 40 阶的高斯积分, 与高斯光束解析解对

比结果如图 4 所示, 在 2.5×10^9 m 的传输距离下, 远场 300 m 区域内可以实现 10^{-3} pm 的相位计算精度, 对于接收口径为 0.3 m 的望远镜, 精度可以达到 10^{-6} pm, 且计算精度可以通过增加采样数进一步提高。

图 4(b) 中相位差值呈现与偏离光轴距离 r 的二次项关系, 这意味我们可以通过计算获得不同角度偏离下的仿真误差。通过 300 m 处 2×10^{-3} pm 的相位误差, 可以计算全区域的最大相位误差表达式约为

$$f(r') = r'^2 \times \frac{2}{9} \times 10^{-8} \text{ pm/m}^2. \quad (4)$$

对于 0.3 m 口径的望远镜, 接收面内的误差可以通过 $f(r' + 0.3) - f(r') \approx 2/15 \times r' \times 10^{-8} \text{ pm/m}$ 计算。对于预期发散角为 $7 \mu\text{rad}$ 的望远镜, 即使在边缘位置, 对于望远镜接收面的仿真误差也低于 10^{-3} pm。这一精度已经满足仿真所需要的精度要求。

星间链路传输中还存在着等离子体的影响。在星载引力波天文台运行期间, 等离子体湍流有可能导致星间激光的额外波前畸变。卢凌峰等人^[24]对这一噪声进行了初步分析, 结果表明通常情况下, 等离子体湍流引起的波前畸变为 10^{-9} nrad 量级, 明显低于误差要求的 10^{-6} nrad, 因此不会对激光干涉产生影响。

在 pm 量级的精度要求下, 数值积分的适用性相对更高, 但是这一算法对于计算量的要求非常大。而模式拟合、角谱衍射的方式计算速度远快于数值积分。因此在衍射仿真过程中, 仍需要根据精度和时间需求来选择计算方法。

引力波的探测是对干涉结果的动态变化进行反演分析, 因此在全链路系统中, 对传输过程中的动态分析更为重要, 而星间链路传输中影响动态分析结果的关键因素即是指向抖动噪声。

3 指向抖动噪声

星间链路传输中的指向抖动噪声由指向角与像差的耦合产生。在 LISA 系统中, 指向精度的要求为 $10 \text{ nrad}/\sqrt{\text{Hz}}$, 对指向抖动噪声提出的限制为 $1 \text{ pm}/\sqrt{\text{Hz}}$ 。这一参数可以简单理解为, 在星间链路传输中, 10 nrad 指向抖动引起的相位变化需要低于 1 pm , 对应的指向灵敏度为 0.1 pm/nrad 。

对于 10 nrad 的指向角度改变, 在 2.5×10^9 m 传输距离下, 对应接受平面约 25 m 的位置变化。当发射望远镜出瞳面的相位分布为理想的等相面时, 远场衍射接近理想的球面波, 指向角度改变基本不会引起相位变化。然而, 当出瞳面存在像差时, 衍射至接收望远镜的波前发生畸变, 偏离等相面的分布, 使指向角的变化引起额外光程差, 如图 5 所示。

为分析发射望远镜存在的像差情况, 通常选取远场 (0,0) 位置对指向抖动引起的噪声进行分析, 发射望远镜出瞳光场可表示为

$$E(r, \phi, 0) = \begin{cases} \exp\left(-\frac{r^2}{w^2}\right) \exp(i2\pi F) \\ F = \sum \sigma_n^m Z_n^m(\rho, \theta) \end{cases}, \quad (5)$$

其中: w 表示发射面处光束半径, F 用于表示该点的相位, 整个发射面的相位分布由 Zernike 多项式组成^[25]。

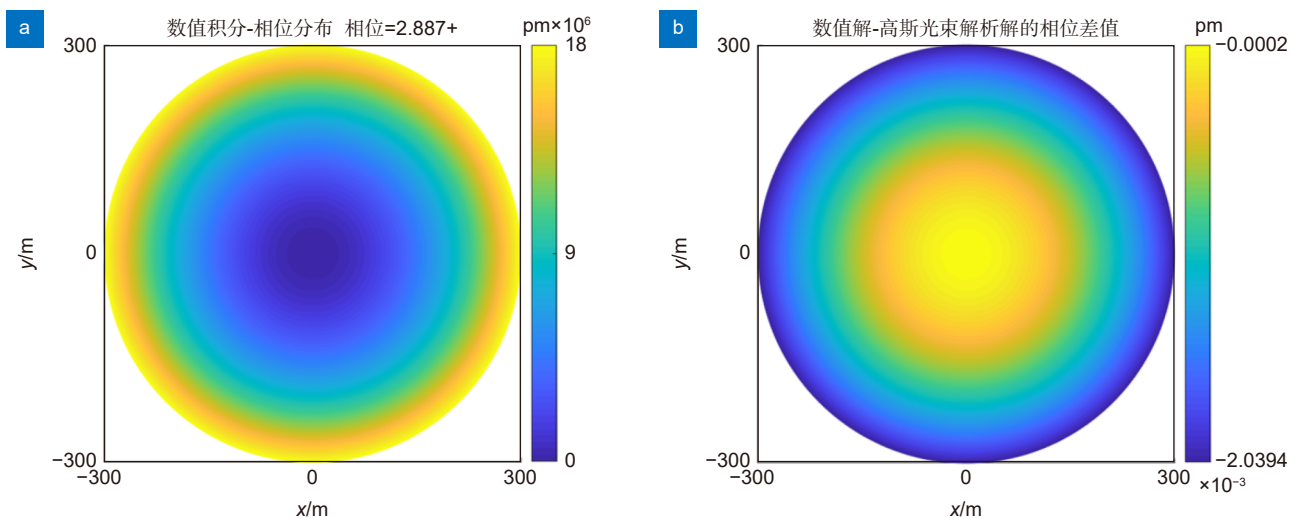


图 4 数值积分与高斯光束解析解相位对比

Fig. 4 The comparison between numerical integration method and analytical expression of Gaussian beam

这一方法可以简化远场衍射的表达式, 从数学方法对指向抖动与像差的耦合进行分析。

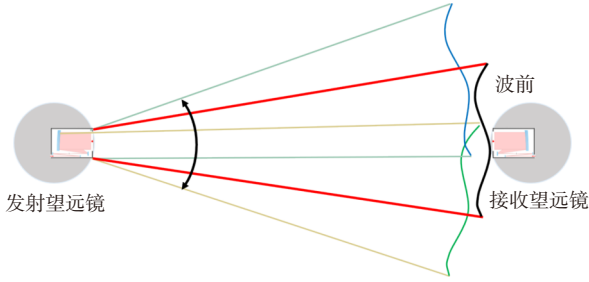


图 5 指向抖动引起相位噪声
Fig. 5 The pointing jitter causes the phase noise

对像差部分的三阶展开近似最早由 Bender 于 2005 年提出^[26], 并基于倾斜、离焦、像散、彗差、球差这几项像差提出了远场相位分布的近似计算公式与噪声最小化位置, 即相位驻点位置的分析。这一方法也成为了后续对指向抖动噪声分析的主要手段。

2018 年, Sasso 等人^[27]基于角谱衍射, 根据 Bender 对像差部分进行三阶展开的方法, 分析了像差 $Z_2^0, Z_2^2, Z_3^1, Z_3^3, Z_4^0$ 与倾斜的耦合关系。这几项 Zernike 像差分别对应离焦、像散、彗差、三叶草像差与球差。在超长的空间链路中, 指向角度倾斜 α 可以近似为发射望远镜出瞳面的倾斜项像差 ζ :

$$\begin{cases} \zeta_x = |z_1^1| \cos(\theta_1^1) = kr_0 \alpha_x / 2 \\ \zeta_y = |z_1^1| \sin(\theta_1^1) = kr_0 \alpha_y / 2 \end{cases} \quad (6)$$

远场的相位分布 $w(0, z)$ 则转化为与倾斜相关的二阶耦合关系:

$$\begin{aligned} F(0, z) &= b_0 + b_1 |z_1^1|^2 + b_2 |z_1^1|^2 \\ &= b_{00} + b_{10} \zeta_x + b_{20} \zeta_x^2 + b_{01} \zeta_y + b_{02} \zeta_y^2 + b_{11} \zeta_x \zeta_y, \end{aligned} \quad (7)$$

其中, 拟合系数 $b_0, b_1, b_2, b_{00}, b_{10}, b_{20}, b_{01}, b_{02}, b_{11}$ 通过复杂计算获得, 拟合系数由各像差系数组成, 并与高斯光束的光束半径 w 相关。对倾斜项求导, 即可求出指向抖动引起的相位噪声与其他各像差的关联:

$$\sigma_F \approx \sqrt{(b_{10} + 2b_{20}\zeta_{0x} + b_{11}\zeta_{0y})^2 \sigma_x^2 + (b_{01} + 2b_{02}\zeta_{0y} + b_{11}\zeta_{0x})^2 \sigma_y^2}, \quad (8)$$

可以求得相位噪声最小时, 对应的倾斜项为

$$\begin{cases} \zeta_{0x} = \frac{b_{01}b_{11} - 2b_{10}b_{02}}{4b_{02}b_{20} - b_{11}^2} \\ \zeta_{0y} = \frac{b_{10}b_{11} - 2b_{01}b_{20}}{4b_{02}b_{20} - b_{11}^2} \end{cases} \quad (9)$$

根据系数计算结果, 可以通过调整离焦来降低相位噪声。

该团队同样计算了远场的强度分布, 而强度最大值的位置为

$$\begin{cases} \zeta_x = \frac{c_1 |z_3^1| \cos(\theta_3^1)}{2c_2} \\ \zeta_y = \frac{c_1 |z_3^1| \sin(\theta_3^1)}{2c_2} \end{cases} \quad (10)$$

最大强度位置是与彗差相关的参数, 强度的最大值位置与指向抖动噪声最小位置并不重合。指向角度选择相位噪声最小位置的前提下, 进行蒙特卡洛分析, 其中, 95% 以上的情况, 能量损失低于 10%, 有 2.5% 的情况能量损失超过了 50%。文献提出, 在实际系统中, 由于激光或本身的表面缺陷会产生高频分量的噪声, 出射波前可能会携带高频的像差, 因此后续工作必须考虑高频像差对远场传播的影响。后来, 研究团队将这一方法进一步推广至前 14 项像差, 并提到可以通过调整波前的离焦像差以降低相位噪声^[28]。

2020 年, Vinet 等人在低像差条件下, 对像差部分进行一阶展开近似的方式, 求解指向抖动角度与像差的耦合关系^[29]。经过数学处理后, 各像差与指向抖动的耦合关系可以用耦合系数 γ 进行表征, 而指向抖动引起的光程变化 $S_{\delta L}^{1/2}(f)$ 则转化为各 Zernike 像差中 n 、 m 为偶数的像差的线性组合:

$$\begin{aligned} S_{\delta L}^{1/2}(f) &= \frac{\lambda}{2\pi} S_{\delta \Phi}^{1/2}(f) = \sum_{n,m} (-1)^m [\sigma_{2n,2m} \cos(\sin(2m\psi))] \\ &\cdot \gamma_{2n}^{(2m)}(\Omega) \times S_{\theta_1}^{1/2}(f), \end{aligned} \quad (11)$$

其中: n 、 m 、 $\cos(\sin(2m\psi))$ 为对应 Z_{2n}^m 的 Zernike 像差, $\sigma_{2n,2m}$ 为该像差的系数。 $S_{\theta_1}^{1/2}$ 表示指向抖动谱密度, 这一参数可以简单地等效为指向抖动角。在 700 nrad 的静态角和望远镜半径 a 满足 $a/w = 1.12$ 的条件下, 指向抖动与各像差的耦合系数如图 6 所示。以 10^{-3} 作为限制, 影响泽尼克系数的主要像差为 4 ~ 6、11 ~ 13、22 ~ 24 项, 且 4 ~ 6 项系数比 11 ~ 13 项高出一个数量级。

2021 年, Ming 等人发现, 大占比的离焦像差与小占比的彗差可以使相位驻点更接近理想对准的光轴, 从而使接收到的激光功率最大, 耦合误差最小^[30]。

赵亚等人研究了自制望远镜原型的远场相位噪声^[31], 并对望远镜内部指向抖动噪声进行了大量分析。这些研究可以发现波前质量与寻找相位驻点, 对降低相位噪声具有重要作用。

2022 年, Weaver 等人对指向抖动噪声分析时,

选择了厄米高斯光束拟合的方式对远场衍射的仿真, 并提出一阶展开可能存在精度不足的问题^[32]。研究人员在 $RMS=10\text{ nm}$ 的条件下, 对 Zernike 像差的 4~36 项进行分析, 在二阶展开近似的前提下, 以理想对准的光轴为中心, 静态指向角小于 50 nrad 范围内, 像差对指向抖动噪声的最大影响系数如图 7 所示。

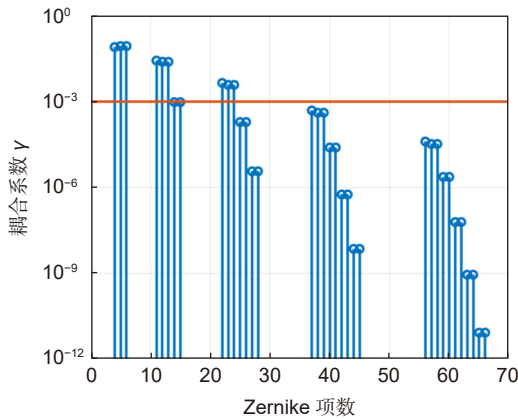


图 6 700 nrad 静态角下, 耦合系数 γ 与泽尼克项数的关联

Fig. 6 The correlation between the coupling coefficient γ and Zernike indices at 700 nrad static angle.

对于一阶系数的拟合, 需要生成至少 34 组像差, 而二阶系数的拟合则需要 595 组像差。他们通过最小化拟合误差的方式, 求解指向抖动噪声的像差拟合方程。不同拟合阶数下, 最大灵敏度误差随 RMS 的变

化结果如图 8 所示, 对于 $RMS>14\text{ nm}$ 的波像差 (约 0.013λ), 根据灵敏度的仿真结果, 一阶展开近似相对于二阶展开的指向灵敏度的误差存在超出 0.1 pm/nrad 的情况。因此他们认为像差对指向抖动噪声的影响至少为二阶关系, 而不是线性近似。

2023 年, 陶雅正等人采用了厄米高斯光束拟合的方式, 计算带像差情况与理想高斯光束在远场的相位差值, 并分析了单一 Zernike 像差情况下, 像差、望远镜口径、传输距离等参数与指向抖动的耦合关系^[33]。

同年, 肖青、段会宗等人根据 Sasso 等人对指向抖动噪声分析的方法, 将分析的泽尼克像差增加至前 21 项, 通过在相位驻点采集信号, 从而将望远镜的指标降低至 $\lambda/30$ 。对于 $\lambda/30$ 的像差, 在极点情况进行探测, 相位噪声满足 $1\text{ pm}/\sqrt{\text{Hz}}$ 的情况不足 5%; 而在相位驻点进行采集, 满足相位噪声要求的情况超过了 80%。随着离焦像差占比的增加, 相位驻点会更接近原点, 并且相位噪声均低于 $1\text{ pm}/\sqrt{\text{Hz}}$ 的占比同样会增加。他们还将望远镜部分倾斜引起的光程噪声 (tilt-to-length noise) 与指向抖动噪声结合进行分析, 根据分析结果, 基于这一方法可以将望远镜的指标进一步降低至 $\lambda/25$ ^[34]。

对于指向抖动噪声的分析主要采用数学手段, 通过泰勒展开的方式, 将复振幅中的相位部分变为累加

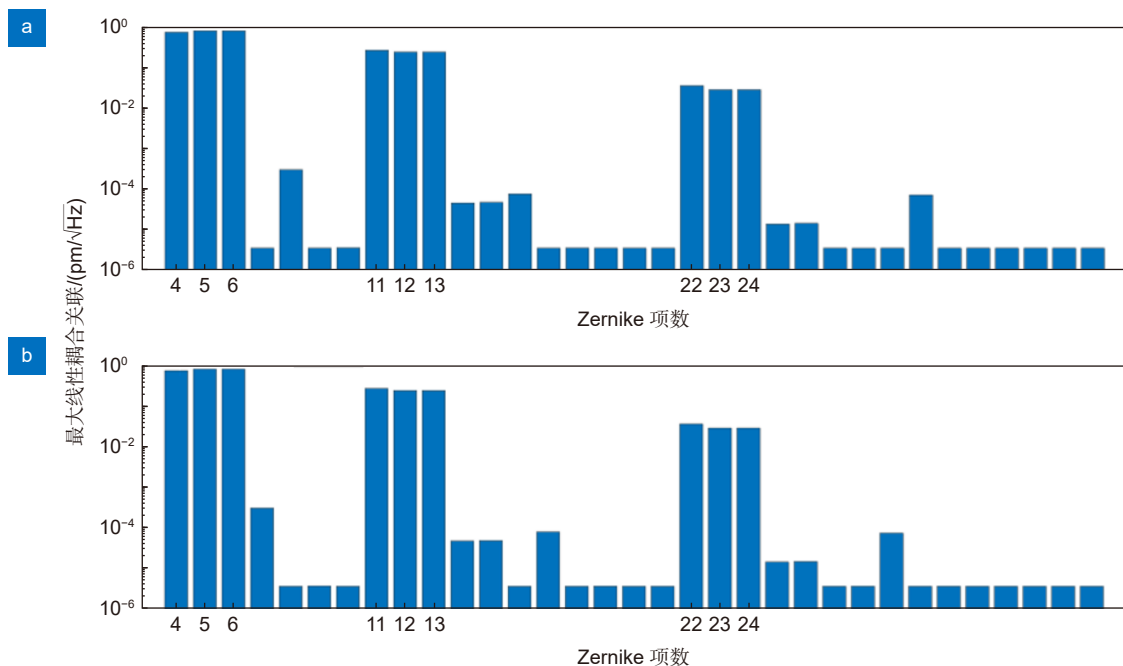


图 7 光轴附近 50 nrad 远场区域内, 像差对指向抖动噪声的贡献^[32]。(a) 与 θ 关联; (b) 与 ψ 关联

Fig. 7 The contribution of aberrations to the jitter noise in the far-field of 50 nrad ^[32]. (a) With θ ; (b) With ψ

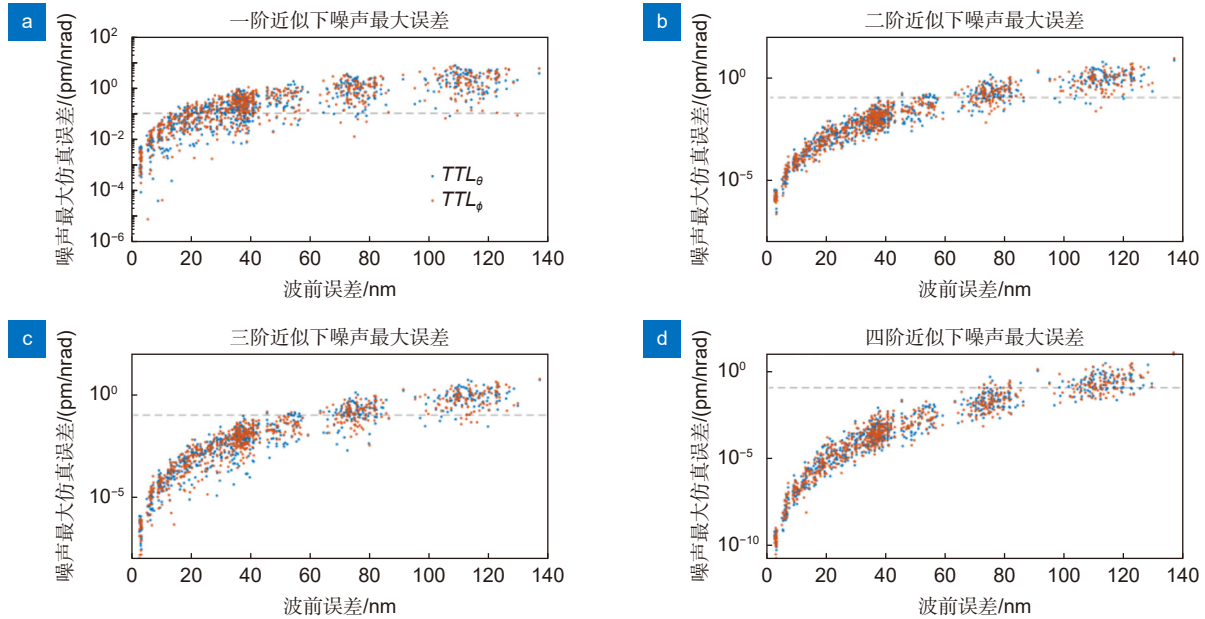


图 8 不同拟合阶数下, 最大灵敏度误差随 RMS 的变化^[32]。(a) 一阶; (b) 二阶; (c) 三阶; (d) 四阶

Fig. 8 Under different fitting orders, the maximum sensitivity error changes with RMS^[32].

(a) First order; (b) Second order; (c) Third order; (d) Fourth order

项, 再计算非倾斜像差与指向角度的耦合系数。其中, 相位部分的泰勒展开需要保留二阶及以上才能满足 pm 量级的精度要求。非倾斜像差与指向角度耦合系数则可以利用数值计算软件计算, 或是根据大量的望远镜出瞳与对应远场衍射的 Zernike 像差系数进行最小二乘拟合获得。根据耦合系数即可建立指向抖动噪声的分析模型, 最终通过蒙特卡洛的方法分析像差与噪声的具体关联。

在现有的几类指向抖动噪声分析方法中, 对相位部分进行三阶展开是近年来对指向抖动噪声的主要分析方法, 目前已经实现了对 Zernike 像差前 21 项的分析。其中离焦与像散对相位噪声的耦合关联远高于其他像差, 而彗差则会对相位驻点位置产生很大的影响。

4 结 论

随着引力波探测技术的不断发展, 科学家意识到地面探测存在的低频噪声与干涉臂长的限制对探测精度产生的巨大影响, 空间引力波探测计划也由此提出。但长达数百万公里的星间链路对指向精度提出了极高的要求, 而指向抖动噪声则成为了影响星间链路传输部分的关键因素。虽然太空中存在等离子体的干扰, 但是通常情况下对于空间引力波探测影响有限, 相对于其他噪声仍处于非常低的水平。

指向抖动噪声的分析参数主要基于 LISA 系统。当望远镜存在像差时, 远场接收到的不再接近理想的球面波。其中, 直接影响相位噪声的像差为 Zernike 像差的 4~6 项, 即离焦与像散像差。相位驻点位置与光轴方向通常情况下并不重合, 存在数百 nrad 量级的偏移。对于 $\lambda/30$ 的望远镜出瞳像差, 在原点位置进行引力波探测, 几乎不可能满足 LISA 系统中 $1 \text{ pm}/\sqrt{\text{Hz}}$ 的相位噪声要求。而在相位驻点位置进行采集, 满足相位噪声的概率超过了 80%。大的离焦像差占比则可以使相位驻点更接近光轴, 从而提高接收到的激光功率。

尽管目前的分析结论证明实际系统中能够实现指向抖动噪声的要求, 但分析过程仅包含了前 21 项 Zernike 像差, 对更高阶像差的影响还无法评估。对于相位驻点方面的研究, 还停留在定性的分析上, 通过增大离焦项可以令相位驻点接近光轴, 提高接收的功率, 但也意味着噪声的进一步增大。在实际系统中如何平衡噪声与接收功率, 精确定位相位驻点位置仍然是需研究攻关的重点内容。

利益冲突: 所有作者声明无利益冲突

参考文献

- [1] Einstein A. Approximative integration of the field equations of

- gravitation[J]. *Sitzungsber Preuss Akad Wiss*, 1916, **1916**: 688–696.
- [2] Taylor J H, Weisberg J M. A new test of general relativity - gravitational radiation and the binary pulsar PSR 1913+16[J]. *Astrophys J*, 1982, **253**: 908–920.
- [3] Abbott B P, Abbott R, Abbott T D, et al. Observation of gravitational waves from a binary black hole merger[J]. *Phys Rev Lett*, 2016, **116**(6): 061102.
- [4] Huang Y M, Wang Y Y, Tang K Y, et al. The new development of gravitational waves theory and detection[J]. *Prog Astron*, 2007, **25**(1): 58–73.
黄玉梅, 王运永, 汤克云, 等. 引力波理论和实验的新进展[J]. *天文学进展*, 2007, **25**(1): 58–73.
- [5] Li J C, Lin H A, Luo J X, et al. Optical design of space gravitational wave detection telescope[J]. *Chin Opt*, 2022, **15**(4): 761–769.
李建聪, 林宏安, 罗佳雄, 等. 空间引力波探测望远镜光学系统设计[J]. *中国光学 (中英文)*, 2022, **15**(4): 761–769.
- [6] Luo Z R, Bai S, Bian X, et al. Gravitational wave detection by space laser interferometry[J]. *Adv Mech*, 2013, **43**(4): 415–447.
罗子人, 白嫻, 边星, 等. 空间激光干涉引力波探测[J]. *力学进展*, 2013, **43**(4): 415–447.
- [7] Wei X Y, Song Q L, Yang J S, et al. Research on wavefront measurement technology of space-based telescope using Shack-Hartmann wavefront sensor[J]. *Opto-Electron Eng*, 2023, **50**(11): 230215.
位希雅, 宋奇林, 杨金生, 等. 基于夏克-哈特曼传感器的星载望远镜波前测量技术研究[J]. *光电工程*, 2023, **50**(11): 230215.
- [8] Danzmann K, The LISA Study Team. LISA: laser interferometer space antenna for gravitational wave measurements[J]. *Class Quantum Grav*, 1996, **13**(11A): A247.
- [9] Danzmann K, The LISA Study Team. LISA - An ESA cornerstone mission for a gravitational wave observatory[J]. *Class Quantum Grav*, 1997, **14**(6): 1399.
- [10] Wang Z, Sha W, Chen Z, et al. Preliminary design and analysis of telescope for space gravitational wave detection[J]. *Chin Opt*, 2018, **11**(1): 131–151.
王智, 沙巍, 陈哲, 等. 空间引力波探测望远镜初步设计与分析[J]. *中国光学*, 2018, **11**(1): 131–151.
- [11] 倪维斗, 门金瑞, 梅晓红, 等. ASTROD空间引力波探测优化方案: ASTROD-GW[C]//中国宇航学会深空探测技术专业委员会第六届学术年会暨863计划“深空探测与空间实验技术”重大项目学术研讨会, 三亚, 2009.
- [12] Bender P L. Additional astrophysical objectives for LISA follow-on missions[J]. *Class Quantum Grav*, 2004, **21**(5): S1203.
- [13] Corbin V, Cornish N J. Detecting the cosmic gravitational wave background with the Big Bang Observer[J]. *Class Quantum Grav*, 2006, **23**(7): 2435.
- [14] Luo J, Chen L S, Duan H Z, et al. TianQin: a space-borne gravitational wave detector[J]. *Class Quantum Grav*, 2016, **33**(3): 035010.
- [15] Hu W R, Wu Y L. The Taiji Program in Space for gravitational wave physics and the nature of gravity[J]. *Natl Sci Rev*, 2017, **4**(5): 685–686.
- [16] Wang Y, Lin X L, Guo Z K, et al. Review of high precision distance metrology in space applications[J]. *Spacecr Recovery Remote Sens*, 2021, **42**(2): 68–78.
王芸, 林栩凌, 郭忠凯, 等. 空间应用激光干涉测距技术发展综述[J]. *航天返回与遥感*, 2021, **42**(2): 68–78.
- [17] Hu X C. Gravitational wave data analysis of massive black hole binaries for TianQin[D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2021.
胡新春. 基于天琴的大质量双黑洞引力波数据处理研究[D]. 武汉: 华中科技大学, 2021.
- [18] Luo J, Ai L H, Ai Y L. A brief introduction to the TianQin project[J]. *Acta Sci Nat Univ Sunyatseni*, 2021, **60**(1-2): 1–19.
罗俊, 艾凌皓, 艾艳丽. 天琴计划简介[J]. *中山大学学报 (自然科学版)*, 2021, **60**(1-2): 1–19.
- [19] Gao R H, Liu H S, Luo Z R, et al. Introduction of laser pointing scheme in the Taiji program[J]. *Chin Opt*, 2019, **12**(3): 425–431.
高瑞弘, 刘河山, 罗子人, 等. 太极计划激光指向调控方案介绍[J]. *中国光学*, 2019, **12**(3): 425–431.
- [20] Luo Z R, Zhang M, Jin G, et al. Introduction of Chinese space-borne gravitational wave detection program “Taiji” and “Taiji-1” satellite mission[J]. *J Deep Space Explor*, 2020, **7**(1): 3–10.
罗子人, 张敏, 靳刚, 等. 中国空间引力波探测“太极计划”及“太极1号”在轨测试[J]. *深空探测学报*, 2020, **7**(1): 3–10.
- [21] Zhao M Y, Gao R H, Zhang Q T, et al. Research on simulated laser link construction control system of Taiji program[J]. *Chin J Lasers*, 2023, **50**(19): 1906003.
赵梦阳, 高瑞弘, 张强涛, 等. 太极计划激光链路构建地面模拟控制系统研究[J]. *中国激光*, 2023, **50**(19): 1906003.
- [22] Kenny F, Devaney N. Beam propagation simulations for LISA in the presence of telescope aberrations[J]. *Class Quantum Grav*, 2021, **38**(3): 035010.
- [23] Weaver A, Fulda P, Mueller G. Analytic HG-mode propagation through circular apertures with Zernike phase offset[J]. *OSA Continuum*, 2020, **3**(7): 1891–1916.
- [24] Lu L F, Liu Y, Duan H Z, et al. Numerical simulations of the wavefront distortion of inter-spacecraft laser beams caused by solar wind and magnetospheric plasmas[J]. *Plasma Sci Technol*, 2020, **22**(11): 115301.
- [25] Noll R J. Zernike polynomials and atmospheric turbulence[J]. *J Opt Soc Am*, 1976, **66**(3): 207–211.
- [26] Bender P L. Wavefront distortion and beam pointing for LISA[J]. *Class Quantum Grav*, 2005, **22**(10): S339–S346.
- [27] Sasso C P, Mana G, Mottini S. Coupling of wavefront errors and jitter in the LISA interferometer: far-field propagation[J]. *Class Quantum Grav*, 2018, **35**(18): 185013.
- [28] Sasso C P, Mana G, Mottini S. Telescope jitters and phase noise in the LISA interferometer[J]. *Opt Express*, 2019, **27**(12): 16855–16870.
- [29] Vinet J Y, Christensen N, Dinu-Jaeger N, et al. Numerical solutions for phase noise due to pointing jitter with the LISA telescope[J]. *J Phys Commun*, 2020, **4**(4): 045005.
- [30] Ming M, Jiang Y Z, Zhang J Y, et al. Analysis on the coupling effect of wavefront distortion and pointing misalignment in space laser interferometry[J]. *Class Quantum Grav*, 2021, **38**(19): 195010.
- [31] Zhao Y. The research on the tilt to length coupling noise in inter-satellite interference link for the space-based gravitational wave detection[D]. Changchun: Changchun Institute of Optics,

Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, 2021.

赵亚. 面向空间激光干涉引力波探测的星间干涉链路中抖动光程耦合噪声研究[D]. 长春: 中国科学院大学(中国科学院长春光学精密机械与物理研究所), 2021.

- [32] Weaver A J, Mueller G, Fulda P J. Wavefront error based tilt-to-length noise analysis for the LISA transmitted beam[J]. *Class Quantum Grav*, 2022, **39**(19): 195016.

- [33] Tao Y Z, Jin H B, Wu Y L. Estimation of far-field wavefront error of tilt-to-length distortion coupling in space-based gravitational wave detection[J]. *Chin Phys B*, 2023, **32**(2): 024212.

- [34] Xiao Q, Duan H Z, Ming M, et al. The analysis of the far-field phase and the tilt-to-length error contribution in space-based laser interferometry[J]. *Class Quantum Grav*, 2023, **40**(6): 065009.

作者简介



华喆 (1999-), 男, 浙江大学硕士研究生, 主要研究方向为干涉检测, 参与过 OPCPA 脉冲展宽器设计、大口径干涉仪等项目。

E-mail: 22160443@zju.edu.cn



【通信作者】刘东 (1982-), 男, 博士, 教授, 主要研究方向包括环境激光雷达、机器视觉与深度学习、光电干涉检测等。主持国家重点研发计划项目 1 项、国家自然科学基金项目 3 项, 主持包括浙江省杰出青年基金项目等其他国家、省部级等项目几十项。

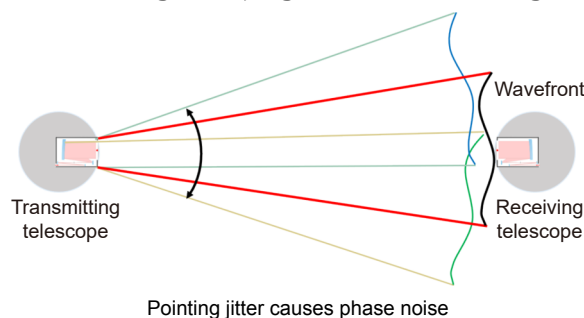
E-mail: liudongopt@zju.edu.cn



扫描二维码, 获取PDF全文

Research progress on numerical simulations of long space laser propagation

Hua Zheyi, Xu Zhaorui, Peng Shaojing, Liu Ye, Liu Chong, Wu Lan, Liu Dong*



Overview: Compared with ground gravitational wave detection, space gravitational wave detection can avoid the low-frequency noise caused by ground vibration and the interference of climate change on the transmission. The space environment can also greatly increase the arm length of laser interference to achieve high-precision gravitational wave detection. However, the ultra-long inter-satellite link transmission distance also puts forward extremely high requirements for pointing accuracy and dynamic measurement capabilities. At a transmission distance of millions of kilometers, the detection accuracy needs to reach the picometer level.

To minimize the influence of noises on the detection, we must simulate the system with high precision. The simulation of inter-satellite transmission can be realized by Hermite Gaussian beam fitting, Fourier transform or numerical integration. The plasma has little effect on inter-satellite transmission under most circumstances. It will thus not affect the detection. Pointing jitter noise is the focus of research in inter-satellite transmission. In the actual system, there are aberrations in the exit pupil wavefront of the telescope, so the far-field wavefront is no longer close to the ideal spherical wave. An angle offset of 10 nrad will cause a position offset of tens of meters in the far field. In the analysis, the far-field origin is usually taken as the object, and the phase part of the telescope exit pupil complex amplitude is expanded to simplify the model in a Taylor series. The coupling coefficients between the far field and the exit pupil Zernike aberration of the telescope can be calculated by the integral calculation or the least square fitting. To satisfy the simulation accuracy of the picometer level, the Taylor expansion and the coupling coefficients should retain at least the second-order term.

Taking the LISA system as a reference, the phase noise of the inter-satellite transmission needs to be less than 1 pm. Research has shown that the defocus and the astigmatism are the main aberrations affecting jitter noise at a distance of 2.5×10^9 m. There is a deviation between the phase stationary point and the origin position. To minimize the phase noise, the telescope angle needs to be adjusted. The gravitational wave detection at the phase stationary point can effectively reduce the phase noise and the requirements of the telescope exit pupil wavefront RMS. The large defocus and small coma can make the phase stationary point close to the optical axis and increase the received laser power.

Hua Z Y, Xu Z R, Peng S J, et al. Research progress on numerical simulations of long space laser propagation[J]. *Opto-Electron Eng*, 2024, 51(2): 230185; DOI: [10.12086/oe.2024.230185](https://doi.org/10.12086/oe.2024.230185)

Foundation item: Project supported by National Key Research and Development Program of China (2021YFC2202001)

State Key Laboratory of Modern Optical Instrumentation, College of Optical Science and Engineering, Zhejiang University, Hangzhou, Zhejiang 310027, China

* E-mail: liudongopt@zju.edu.cn