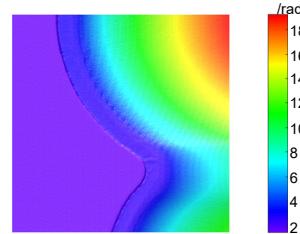


DOI: 10.12086/oee.2021.200296

一种高精度的非线性相位误差校正方法

赖姗姗, 刘元坤*, 于馨, 袁卓凡

四川大学电子信息学院, 四川 成都 610065



摘要: 在相位测量轮廓术中, 测量系统中投影仪等存在的非线性响应大大影响了相位测量的精度, 因此, 如何快速高效地消除系统中的非线性误差是提高测量精度的关键。本文建立了相位误差的精确模型, 并提出了一种基于相位误差精确模型的相位提取方法, 利用高步数相移算法预先标定各频谱分量的比例关系, 再通过迭代运算即可得到高精度的相位分布。实验结果表明, 该方法可有效补偿非线性误差, 从而大大提高相位测量精度, 同时, 由于各频谱分量是通过高步数相移预先标定的, 仅三步相移即可得到高精度相位分布, 满足了快速、实时的测量要求。

关键词: 非线性相位误差; 相位误差补偿; 相位测量轮廓术; 后处理

中图分类号: TP391; O438

文献标志码: A

赖姗姗, 刘元坤, 于馨, 等. 一种高精度的非线性相位误差校正方法[J]. 光电工程, 2021, 48(4): 200296

Lai S S, Liu Y K, Yu X, et al. A high-accuracy nonlinear phase error compensation method[J]. Opto-Electron Eng, 2021, 48(4): 200296

A high-accuracy nonlinear phase error compensation method

Lai Shanshan, Liu Yuankun*, Yu Xin, Yuan Zhuofan

School of Electronics and Information Engineering, Sichuan University, Chengdu, Sichuan 610065, China

Abstract: In the phase measuring profilometry, the phase measuring accuracy could be heavily affected by the nonlinearity effects of the projecting and imaging devices. Therefore, it is very important to reduce the nonlinear errors fast and efficiently. An analytic model of nonlinear errors is introduced. Then we propose a phase compensation method which is based on the accurate mathematical model of the phase error. The proportion of each harmonic component is collected by using a large-step phase-shifting algorithm to measure a reference plane. Then the phase errors of the measured object could be compensated by an iterative algorithm. The experimental results show that the proposed method can realize nonlinear error compensation effectively and improve the precision of phase measurement. Meanwhile, since all the harmonic components are pre-calibrated, there is no extra fringe needed, which can meet the requirements of fast and real-time measurement.

Keywords: nonlinear phase error; phase error compensation; phase measuring profilometry(PMP); post-processing

收稿日期: 2020-08-12; 收到修改稿日期: 2020-10-20

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61675141); 四川省重大科学仪器设备专项(2019ZDZX0038)

作者简介: 赖姗姗(1995-), 女, 硕士研究生, 主要从事光学三维传感与机器视觉方面的研究。E-mail: laishanshan09@163.com

通信作者: 刘元坤(1975-), 男, 博士, 副教授, 主要从事光学三维传感方面的研究。E-mail: lyk@scu.edu.cn

版权所有©2021 中国科学院光电技术研究所

1 引言

相移法是利用多幅光栅条纹图像，逐像素点进行相位值求解的方法，该方法具有测量精度高、成本低等优点，广泛应用于基于相位的三维形貌测量中^[1-2]。通常基于相移法的相位测量误差包括随机误差和系统误差，前者一般表现为随机噪声，后者通常可分为相移误差^[3-4]和非线性误差^[5-8]。当系统采用数字投影设备时，无需考虑相移误差，此时投影仪或相机的非线性响应为主要的相位误差源。尽管通过增加相移步数可有效降低非线性相位误差^[9]，但增加相移步数往往需要增加测量时所需条纹图，影响了系统的测量速度，而实际测量中需要兼顾速度和精度，因此，提出一种快速且高精度的非线性误差补偿方法十分重要。

现有的非线性相位误差补偿方法大致可分为两类：一类以投影理想的正弦条纹为目标^[10-14]，比如预先计算系统伽马值，通过对投影仪到摄像机的亮度传递函数进行标定，然后在生成模式图像时进行伽马逆变换，实现投影图像输入值的伽马预矫正^[10-11]。例如 Liu^[10]推导了伽马值与基频分量和二倍频分量的关系，通过投影和记录大相移步数的相移条纹，计算出系统伽马值，实现系统伽马校正；Guo^[11]等基于统计分析，通过校正伽马干扰来提高相位计算的精度，从而实现伽马校正。但此类方法对于系统环境和设备参数的稳定有较高要求，若条件改变则需要重新标定伽马。另一种获取理想条纹的方式是离焦^[12-14]，Zhang^[12]等使用投影仪对二值化条纹离焦抑制高频成分，减小图像高次谐波能量，从而降低相位误差，但是需要平衡离焦度与测量范围。第二类方法是通过对变形条纹进行后续处理^[15-17]，从而实现相位误差补偿，Zhang^[15]等直接分析投影光栅特征并建立了相位误差查找表实现相位误差补偿；樊敏^[16]等向参考面投影两组初始差为 π/N 的相移条纹计算出非线性误差，直接在误差分布的空间内计算出该测量系统的非线性谐波系数进行补偿；Pan^[17]等根据相位误差与精确相位值的相互关系，建立了相位误差的简化模型，并由迭代完成相位误差补偿，但是，简化模型适用于相位误差较小情况，且由于没有考虑 6 倍频误差分量，因此当相位误差较大时，补偿效果有限。

本文以三步相移法为例(也可推广到其它相移方法)，建立精确的相位误差模型，根据预先标定的各谐波分量幅值，进行迭代补偿，从而提高相位测量精度。在标定环节先投影一套高相移步数的条纹图，计算出

各高次谐波分量与基波分量的比值，实际测量时，由三步相移法计算出截断相位，即可根据相位误差模型和已知的各谐波幅值系数，通过迭代实现相位补偿。实验表明，该算法在测量过程中仅需要三幅正弦条纹就可以实现高精度的相位误差补偿，具有精度高、速度快的优点。

2 原理

2.1 PMP 系统的非线性误差

采用数字条纹投影的相位测量轮廓仪(phase measuring profilometry, PMP)测量过程为：首先将计算机生成的理想正弦条纹图像，经 DLP 投影仪投射至物体表面，再由 CCD 拍摄并记录被物体高度调制过后的变形条纹图像，然后再通过相位提取和截断相位展开，得到含有物体高度信息的相位值，最后经系统标定、坐标变换恢复物体表面的三维形貌。图 1 为 PMP 测量系统装置图。

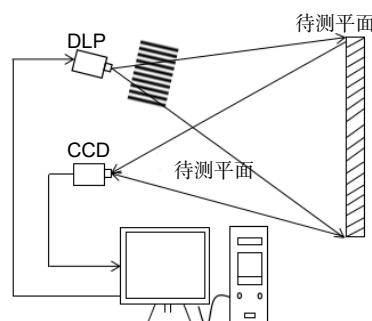


图 1 PMP 系统示意图

Fig. 1 Optical diagram of PMP

计算机所产生的正弦条纹图的强度分布可表示为

$$I_i(x, y) = I_b(x, y) + I_m \cos[\varphi(x, y) + \delta_i], \quad (1)$$

其中： $i=0, 1, \dots, N-1$ ， $I_b(x, y)$ 表示条纹的背景光强， $I_m(x, y)$ 表示条纹的调制度， $\varphi=2\pi f x$ ，其中 f 是频率， x, y 是投影图像像素坐标， δ_i 是第 i 幅图片的相移量，且 $\delta_i=2i\pi/N$ ，其中 N 是相移步数。

理想情况下的截断相位可以表示为

$$\varphi(x, y) = -\arctan \left[\frac{\sum_{i=0}^{N-1} I_i(x, y) \sin(\delta_i)}{\sum_{i=0}^{N-1} I_i(x, y) \cos(\delta_i)} \right]^\circ. \quad (2)$$

由于受到测量系统的整体非线性调制，例如 DLP 投影仪和 CCD 相机存在的非线性响应，实际获取的条纹如图 2(a)中所示。这是由于系统非线性响应引入了高次谐波，各谐波强度如图 2(b)所示。

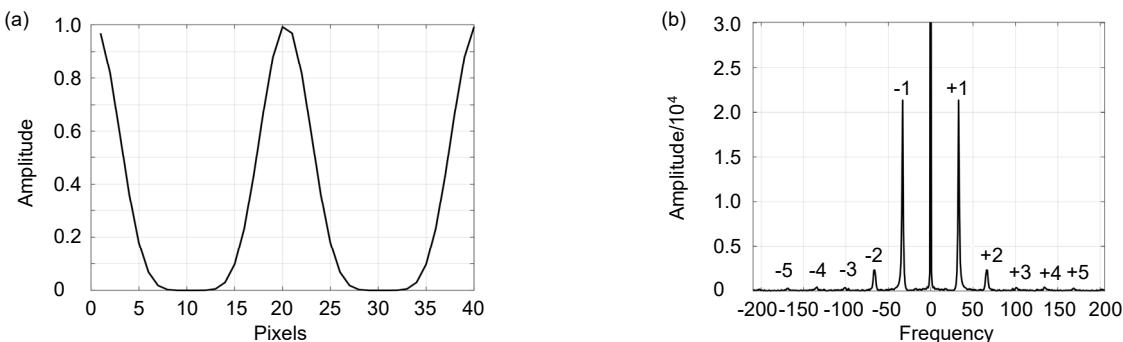


图 2 高次谐波对条纹正弦性的影响。(a) 条纹强度; (b) 条纹的傅里叶频谱

Fig. 2 The influence of higher harmonics on the sinusoidality of fringes.

(a) The intensity of the fringe; (b) Fourier spectrum of the fringe

引入高次谐波后的条纹强度为

$$I_i(x, y) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos\{k[\varphi(x, y) + \delta_i]\} \quad (3)$$

由图 2(b)可以看出, 前五阶谐波的幅值较大, 而六阶及以上谐波幅值较小, 因此通常仅考虑前五阶谐波^[17], 式(3)可重新表示为

$$I'_i(x, y) = a_0 + \sum_{k=1}^5 a_k \cos\{k[\varphi(x, y) + \delta_i]\}, \quad (4)$$

则实际的相位计算式为

$$\varphi'(x, y) = -\arctan\left[\frac{\sum_{i=0}^{N-1} I'_i(x, y) \sin(\delta_i)}{\sum_{i=0}^{N-1} I'_i(x, y) \cos(\delta_i)}\right]. \quad (5)$$

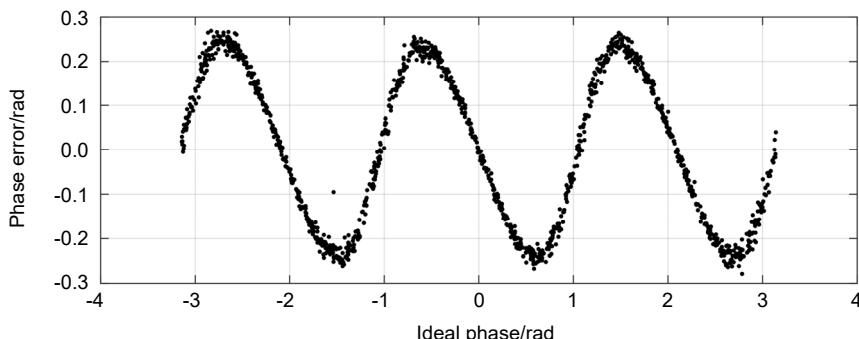
由系统非线性引入的相位误差 $\Delta\varphi$ 可以表示为 φ' 与 φ 之差:

$$\Delta\varphi(x, y) = \varphi'(x, y) - \varphi(x, y). \quad (6)$$

由于 N 步相移可消去 N 倍高次谐波, 若使用三步相移法, 再将式(5)和式(2)代入式(6), 可得:

$$\Delta\varphi = \arctan\left[\frac{-(a_2 - a_4)\sin(3\varphi) - a_5\sin(6\varphi)}{a_1 + (a_2 + a_4)\cos(3\varphi) + a_5\cos(6\varphi)}\right]. \quad (7)$$

由上式可知, 相位误差 $\Delta\varphi$ 可以看成是理想相位 φ 的周期函数, 如图 3 所示。

图 3 φ 与 $\Delta\varphi$ 的关系Fig. 3 The relationship between the φ and $\Delta\varphi$

迭代时, 令 $\varphi^0=\varphi'$, 迭代终止条件为 $\max|\varphi^{m+1}(x, y)-\varphi^m(x, y)|<0.001 \text{ rad}$, 相位误差补偿过程如图 4 所示。

3 计算机模拟

为了验证本文的方法及其抗噪性, 生成一个 peak 函数(大小为 512 pixels×512 pixels, 每个周期 20 个 pixels)模拟三维物体, 并预设相位误差(预设参数 $a_0=0.5$, $a_1=0.4075$, $a_2=0.0986$, $a_3=0.0039$, $a_4=-0.0033$, $a_5=0.0029$)及高斯噪声(方差=0.0082)。仿真得到被物体调制后的变形条纹如图 5(a)所示。取图中 A 区域, 相

位恢复结果如图 5(b)所示, 可以看见, 未补偿时物体表面有非常明显的非线性相位误差。分别使用 Pan 的迭代法($c_1=0.11$)和 Zhang^[15]的相位误差查找法(LUT)进行相位误差补偿后的结果如图 5(c)和 5(d)所示。图 5(e)为用本文提出的补偿算法处理后的结果, 归一化参数为 $n_1=1$, $n_2=0.2420$, $n_3=0.0095$, $n_4=-0.0080$, $n_5=0.0071$ 。通过图 5(c), 5(d)和图 5(e)的对比, 可以发现本文所提方法重建相位更光滑, 误差补偿效果更好, 同时也具有较强的抗噪能力。

分析两种方法补偿之后剩余的相位误差与预设的

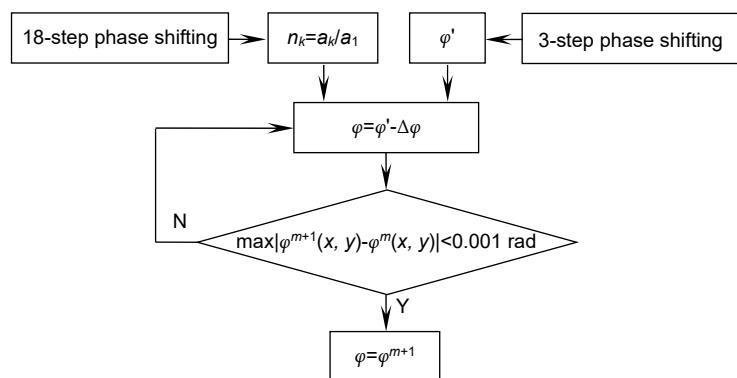


图 4 相位误差补偿流程图

Fig. 4 Flow chart of phase error compensation

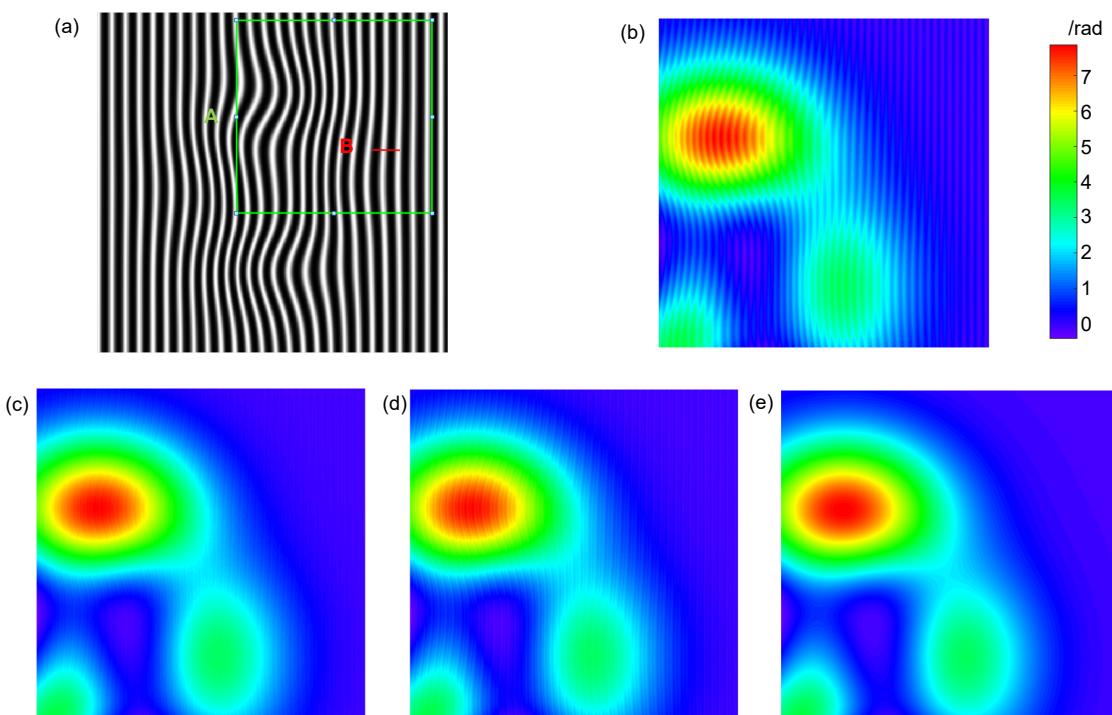


图 5 剩余相位误差展开图。(a) 变形条纹; (b) 未补偿相位误差; (c) Pan 的方法; (d) LUT 法; (e) 本文方法

Fig. 5 Residual phase error. (a) Deformation fringe; (b) Phase without compensation;
(c) Phase compensated by Pan's method; (d) Phase compensated by LUT; (e) Phase compensated by our method

原始相位误差之间的关系，并取第 300 行 407 至 451 列(即图 5(a)B 区域)剩余的相位误差对比如图 6。物体未补偿的标准差(standard deviation)为 0.1773 rad，使用 Pan 的方法补偿后降至 0.0298 rad，使用 LUT 法补偿后降至 0.0686 rad，使用本文提出的新方法补偿后降至 0.0055 rad。分析第 520 行，原始相位误差幅值为 0.2575 rad，使用 Pan 的方法迭代后剩余相位误差幅值降为 0.0578 rad，使用 LUT 法降为 0.0986 rad，本文方法则降至 0.0195 rad。残余误差为模拟噪声引入的随机误差。

4 实验结果与分析

测量系统包括一个摄像机(Ueye IDS2250，分辨率为 1600 pixels×1200 pixels，焦距 16 mm)，一台投影机(分辨率为 1200 pixels×800 pixels)。为验证该方法的有效性，首先对一白色参考面进行测量。采用 18 步相移方法，得到理想的截断相位 φ 。由式(9)、式(10)求得 $n_1=1$, $n_2=0.2419$, $n_3=0.0095$, $n_4=0.00823$, $n_5=0.0073$ 。

取 18 幅条纹图中第 1、7、13 幅作三步相移，由三步相移法计算截断相位 φ' ，并将第 620 行 440 至 499 列作相位误差分布曲线图如图 7 “without compensation” 所示，截断相位误差波动幅度 c_1 约为 0.2676 rad，分别使用 Pan 的方法和 LUT 法对相位误差进行补偿，补偿之后的剩余相位误差分布如图 7 “Pan's method” 和 “LUT method” 所示。新方法补偿后的相位误差分布如图 7 “our method” 所示，可见由投影仪-摄像机的非线性引起的周期性相位误差得到了更有效的消除。

白色参考面未补偿时标准差为 0.1672 rad，使用 Pan 的方法补偿后降至 0.0560 rad，使用 LUT 法补偿后降至 0.0610 rad，使用本文提出的新方法补偿后降至 0.0159 rad。原始相位误差幅值为 0.2676 rad，使用 Pan 的方法迭代后剩余相位误差幅值降为 0.1363 rad，使用 LUT 法迭代后剩余相位误差幅值降为 0.1264 rad，本文方法则降至 0.0522 rad。可以看出，新方法可以有效提高相位误差补偿的精度。

为了进一步验证本文所提相位补偿法在实际测量

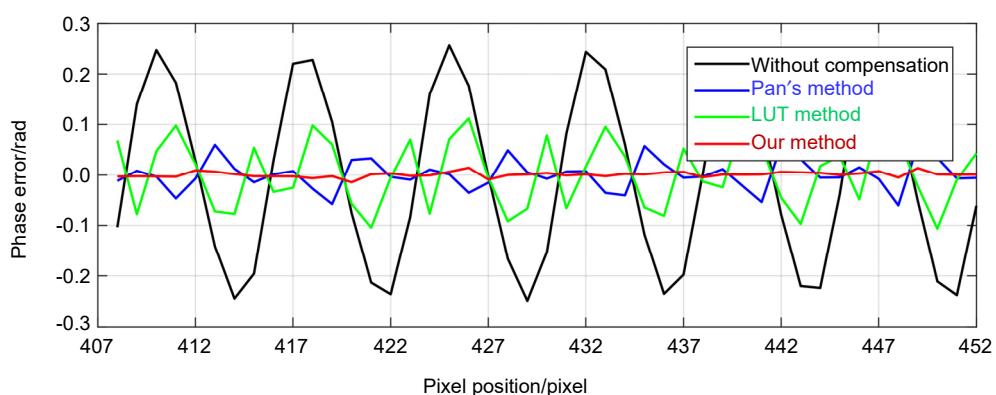


图 6 三种方法模拟补偿后的剩余相位误差

Fig. 6 The residual phase difference of simulation experiment by three methods

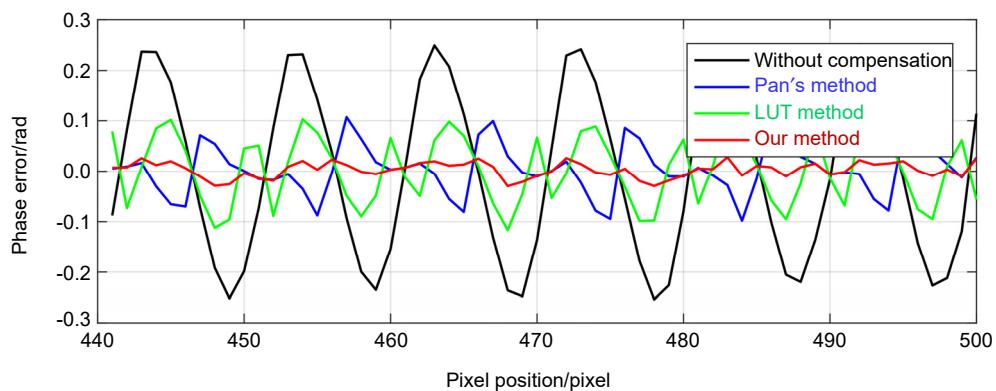


图 7 三种方法对平面补偿后的剩余相位误差

Fig. 7 The residual phase difference of plane by three methods

中的作用，在以上相位测量系统上，采用三步相移算法测量了一个葫芦的三维面型如图 8(a)所示。对图 8(a)中 A 区域未进行相位误差补偿时的相位恢复结果如图 8(b)所示，葫芦表面有明显的周期性误差起伏。使用 Pan 的方法及 LUT 法补偿后的相位恢复结果分别如图 8(c)和 8(d)所示，显然，相位误差并未消除完全，重建相位表面仍受残余误差扰动。图 8(e)为用本文提出的方法补偿后的相位恢复结果，可以看出，本文方法补偿后误差残留更少，效果更好，重建相位光滑。

测量得到物体的原始相位误差分布以及分别采用两种方法进行相位误差补偿后，取第 620 行 440 至 520 列剩余的相位误差对比如图 9 所示。葫芦表面未补偿时标准差为 0.1662 rad，使用 Pan 的方法补偿后降至 0.0581 rad，使用 LUT 方法补偿后降至 0.0610 rad，使用本文提出的新方法补偿后降至 0.0190 rad。原始相位误差幅值为 0.2676 rad，使用 Pan 的方法迭代后剩余相位误差幅值降为 0.1614 rad，使用 LUT 法迭代后降为 0.1493 rad，本文方法则降至 0.0796 rad。从图 9 可以看出，未补偿时，原相位误差主要呈现 3 倍频特性；

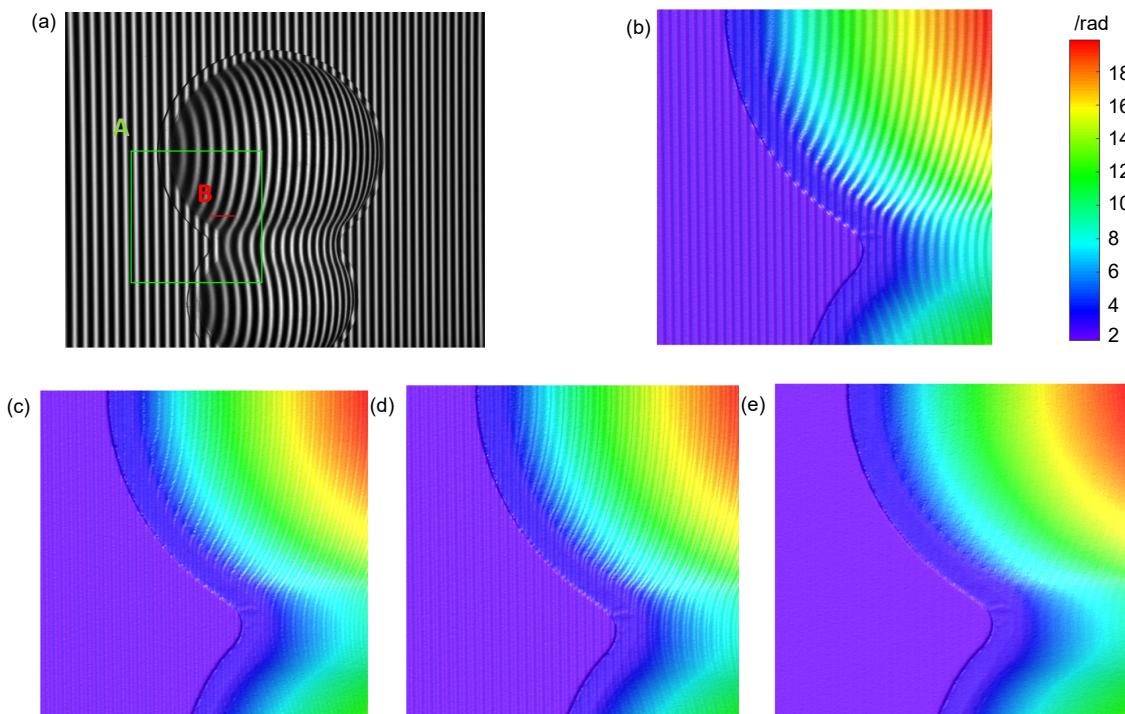


图 8 葫芦的补偿实验。(a) 变形条纹; (b) 未补偿相位误差; (c) Pan 的方法; (d) LUT 法; (e) 本文方法
Fig. 8 Object compensation experiment. (a) Deformation fringe; (b) Phase without compensation; (c) Phase compensated by Pan's method; (d) Phase compensated by LUT; (e) Phase compensated by our method

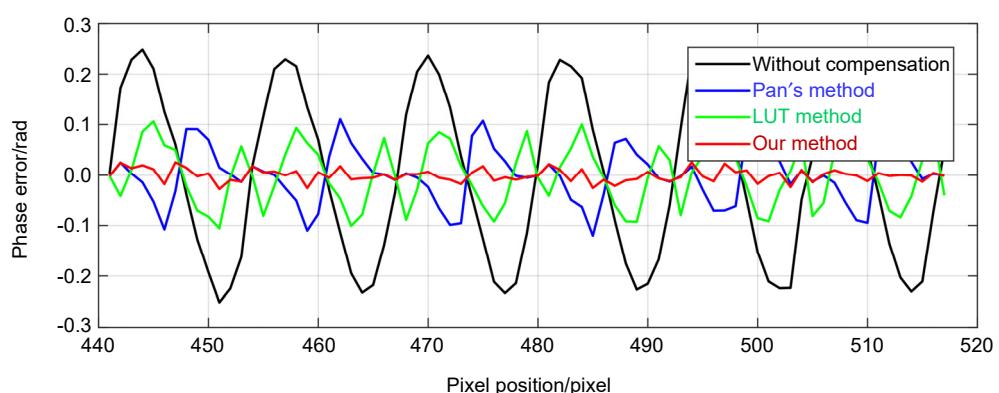


图 9 三种方法对葫芦补偿后的剩余相位误差
Fig. 9 The residual phase difference of object by three methods

经 Pan 的方法补偿后, 剩余相位误差主要呈现 6 倍频特性; 经本文方法补偿后, 剩余误差则不再有明显的周期性分布。

5 结 论

本文推导并分析了数字条纹投影测量系统中存在的非线性误差, 提出了一种通过标定各频谱分量的比例关系优化非线性误差分布的数学模型, 并运用迭代法来计算待测理想相位, 实现相位误差精确补偿的方法。相较于简化的近似相位误差模型, 该方法通过建立精确的相位误差模型, 能获得更好的补偿效果。并且由于高步数相移仅用于标定过程, 实际测量过程中只需要三步相移就可以完成相位误差补偿, 大大减少了测量时间, 兼顾了快速与高精度的测量要求。此外, 本文方法只考虑了系统存在 2~5 次谐波的情况, 但可以根据实际需要, 考虑更高次谐波成分, 进一步提高相位误差补偿精度。

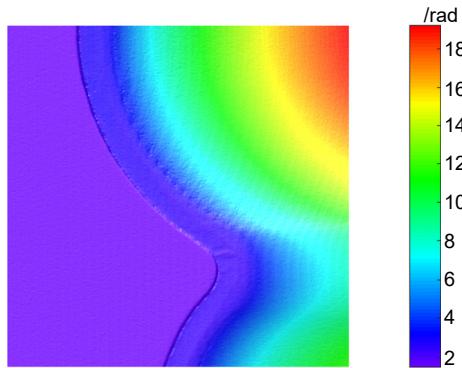
参考文献

- [1] Chen F, Brown G M, Song M M. Overview of three-dimensional shape measurement using optical methods[J]. *Opt Eng*, 2000, **39**(1): 10–22.
- [2] Zhang S. High-speed 3D shape measurement with structured light methods: a review[J]. *Opt Lasers Eng*, 2018, **106**: 119–131.
- [3] Liu F W, Wu Y Q, Wu F. Correction of phase extraction error in phase-shifting interferometry based on Lissajous figure and ellipse fitting technology[J]. *Opt Express*, 2015, **23**(8): 10794–10807.
- [4] Liu F W, Wu Y Q, Wu F, et al. Generalized phase shifting interferometry based on Lissajous calibration technology[J]. *Opt Lasers Eng*, 2016, **83**: 106–115.
- [5] Zhang S, Huang P S. Phase error compensation for a 3-D shape measurement system based on the phase-shifting method[J]. *Opt Eng*, 2007, **46**(6): 063601.
- [6] Cui H H, Zhao Z M, Wu Y H, et al. Digital fringe image gamma modeling and new algorithm for phase error compensation[J]. *Optik*, 2014, **125**(24): 7175–7181.
- [7] Lin J Y, Huang J Q, Jiang K Y. Subregional Gamma pre-coding correction for phase error compensation[J]. *Opto-Electron Eng*, 2016, **43**(9): 32–38.
林俊义, 黄剑清, 江开勇. 分区域 Gamma 预编码校正的相位误差补偿[J]. 光电工程, 2016, **43**(9): 32–38.
- [8] Zhang C W, Zhao H, Zhang L, et al. Full-field phase error detection and compensation method for digital phase-shifting fringe projection profilometry[J]. *Meas Sci Technol*, 2015, **26**(3): 035201.
- [9] Wang Z Y, Nguyen D A, Barnes J C. Some practical considerations in fringe projection profilometry[J]. *Opt Lasers Eng*, 2010, **48**(2): 218–225.
- [10] Liu K, Wang Y C, Lau D L, et al. Gamma model and its analysis for phase measuring profilometry[J]. *J Opt Soc Am A*, 2010, **27**(3): 553–562.
- [11] Guo H W, He H T, Chen M Y. Gamma correction for digital fringe projection profilometry[J]. *Appl Opt*, 2004, **43**(14): 2906–2914.
- [12] Zhang S. Flexible 3D shape measurement using projector defocusing: extended measurement range[J]. *Opt Lett*, 2010, **35**(7): 934–936.
- [13] Xu Y, Ekstrand L, Dai J F, et al. Phase error compensation for three-dimensional shape measurement with projector defocusing[J]. *Appl Opt*, 2011, **50**(17): 2572–2581.
- [14] Zheng D L, Da F P. Absolute phase retrieval for defocused fringe projection three-dimensional measurement[J]. *Opt Commun*, 2014, **312**: 302–311.
- [15] Zhang S, Yau S T. Generic nonsinusoidal phase error correction for three-dimensional shape measurement using a digital video projector[J]. *Appl Opt*, 2007, **46**(1): 36–43.
- [16] Fan M, Zhang Q C. Nonlinear phase error compensation method for phase-shifting fringe[J]. *Laser J*, 2019, **40**(11): 16–21.
樊敏, 张启灿. 相移条纹非线性相位误差补偿方法[J]. 激光杂志, 2019, **40**(11): 16–21.
- [17] Pan B, Kemao Q, Huang L, et al. Phase error analysis and compensation for nonsinusoidal waveforms in phase-shifting digital fringe projection profilometry[J]. *Opt Lett*, 2009, **34**(4): 416–418.

A high-accuracy nonlinear phase error compensation method

Lai Shanshan, Liu Yuankun*, Yu Xin, Yuan Zhuofan

School of Electronics and Information Engineering, Sichuan University, Chengdu, Sichuan 610065, China



Phase compensated by our method

Overview: The phase-shifting method uses multiple grating fringe images to solve the phase value pixel by pixel. This method has the advantages of high measurement accuracy and low cost, and is widely used in phase-based 3D topography measurement. Generally, it includes random error and systematic error. The former is usually represented by random noise, while the latter can be divided into phase-shifting error and nonlinear error. Among them, the nonlinear phase error is mainly caused by the nonlinear response in the measurement system, which is inevitable. Therefore, how to quickly and efficiently eliminate the nonlinear error in the system is the key to improve the measurement accuracy. This paper, which takes the three-step phase-shifting method as an example, proposes a phase compensation method based on the accurate mathematical model of phase error. We project a set of large phase shift fringe patterns in the calibration process, and collect all the harmonic components by using a large-step phase-shifting algorithm to measure a reference plane. In the actual measurement, the real phase is calculated by the three-step phase-shifting method, and then the phase compensation can be realized by iteration according to the phase error model and the known amplitude coefficients of all the harmonic components. In order to verify the effectiveness of this algorithm. We project a set of 18-step phase-shifting fringe patterns to obtain the ideal phase distributions and use three of them to get the nonlinear error-inclusive phase distributions. Then we use Pan's method and our method to compensate the phase error of the object respectively, and both methods are quantitatively evaluated by the residual errors. The experimental results show that the standard deviation of the residual errors without compensation is 0.1662 rad, which is reduced to 0.0581 rad by using Pan's method and 0.0193 rad by using our proposed method. The maximum phase error decreased from 0.2676 rad to 0.0807 rad. The original phase error without compensation is mainly 3-fold frequency characteristic, and the residual phase error is mainly 6-fold frequency characteristic after using Pan's method. It means that there are still uncompensated periodic errors, and the residual errors do not have obvious periodic distribution after compensated by our method. The experimental results show that this method is feasible and effective in three-dimensional measurement. The algorithm only needs three sinusoidal fringes to realize high-precision phase error compensation, which has the advantages of high precision and fast speed.

Lai S S, Liu Y K, Yu X, et al. A high-accuracy nonlinear phase error compensation method[J]. *Opto-Electron Eng*, 2021, 48(4): 200296; DOI: [10.12086/oee.2021.200296](https://doi.org/10.12086/oee.2021.200296)

Foundation item: National Natural Science Foundation of China (61675141) and Sichuan Key Scientific Instrument and Device Project (2019ZDZX0038)

* E-mail: lyk@scu.edu.cn