

DOI: 10.12086/oee.2020.180661

基于变分贝叶斯多图像超分辨的平面复眼空间分辨率增强

闵雷^{1,2,3,4}, 杨平^{1,3,4*}, 许冰^{1,3,4}, 刘永²

¹中国科学院自适应光学重点实验室, 四川 成都 610209;

²电子科技大学光电科学与工程学院, 四川 成都 610054;

³中国科学院光电技术研究所, 四川 成都 610209;

⁴中国科学院大学, 北京 100049



摘要: 平面复眼成像系统利用多个子孔径对场景进行成像, 由于子孔径大小和图像传感器空间采样率的限制, 各子孔径图像质量较差。如何融合多个子孔径图像来获得高分辨率图像是亟需解决的问题。多图像超分辩理论利用多幅具有互补信息的图像来重构高空间分辨率图像, 然而现有理论通常采用过于简化的运动模型, 这种简化的运动模型对平面复眼成像并不完全适用。若直接把现有多图像超分辩理论用于平面复眼分辨率增强, 不准确的相对运动估计将降低图像分辨率增强性能。针对这些问题, 本文在变分贝叶斯框架下改进了现有多图像超分辩理论中的运动模型, 并把导出的联合估计算法用于平面复眼分辨率增强。仿真数据实验和真实复眼数据实验验证了推荐方法的正确性和有效性。

关键词: 平面复眼; 分辨率增强; 运动模型; 变分贝叶斯; 多图像超分辩

中图分类号: TN911.73

文献标志码: A

引用格式: 闵雷, 杨平, 许冰, 等. 基于变分贝叶斯多图像超分辨的平面复眼空间分辨率增强[J]. 光电工程, 2020, 47(2): 180661

Spatial resolution enhancement of planar compound eye based on variational Bayesian multi-image super-resolution

Min Lei^{1,2,3,4}, Yang Ping^{1,3,4*}, Xu Bing^{1,3,4}, Liu Yong²

¹Key Laboratory of Adaptive Optics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610209, China;

²School of Optoelectronic Science and Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu, Sichuan 610054, China;

³Institute of Optics and Electronics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610209, China;

⁴University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

Abstract: The planar compound eye imaging system uses multiple sub-apertures to image the scene. Due to the constraint of the imaging sub-aperture size and spatial sampling rate of the image sensor, the image quality of each sub-aperture is low. How to fuse multiple sub-aperture images for a high-resolution image is an urgent problem.

收稿日期: 2018-12-18; 收到修改稿日期: 2019-04-09

基金项目: 中国科学院创新基金项目(CXJJ-16M208); 四川省杰出青年基金项目(2012JQ0012); 中国科学院卓越科学家项目

作者简介: 闵雷(1986-), 男, 博士研究生, 主要从事光电图像分辨率增强、图像超分辨的研究。E-mail: minlei1986@163.com

通信作者: 杨平(1980-), 男, 博士, 研究员, 主要从事自适应光学、光场信号获取与处理、激光光束净化等研究。

E-mail: pingyang2516@163.com

版权所有©2020 中国科学院光电技术研究所

Multi-image super-resolution theory uses multiple images with complementary information to reconstruct high spatial resolution image. However, existing theories usually adopt the oversimplified motion model which is not suitable for planar compound eye imaging. If the existing multi-image super-resolution theory is directly applied to the resolution enhancement of the planar compound eye, the inaccurate motion estimation will reduce the performance of image resolution enhancement. In order to solve these problems, the motion model of the multi-image super-resolution is improved in the variational Bayesian framework, and the derived joint estimation algorithm is used to enhance the resolution of the planar compound eye. The correctness and effectiveness of the proposed method is verified by the simulation data experiments and the real compound eye data experiments.

Keywords: planar compound eye; resolution enhancement; motion model; variational Bayesian; multi-image super-resolution

Citation: Min L, Yang P, Xu B, et al. Spatial resolution enhancement of planar compound eye based on variational Bayesian multi-image super-resolution[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2020, 47(2): 180661

1 引言

平面复眼成像系统^[1-2]通过适当的光学设计利用多个光学子孔径同时对同一场景进行成像，其具有轻薄和大视场等特点。然而，由于成像子孔径较小以及图像传感器的空间欠采样，低信噪比和频谱混叠造成各子孔径图像空间分辨率较低。如何提高平面复眼的空间分辨率是亟需解决的问题。另一方面，图像超分辨理论^[3]是一种基于算法的空间分辨率增强方法，该理论利用同一场景的一幅或多幅图像计算出潜在的空间高分辨率图像。有别于文献[4]中超光学衍射极限的超分辨理论，这里的图像超分辨理论是一种基于计算的几何超分辨率理论^[5]，其通过融合低分辨率图像中的互补信息和先验信息来提高图像空间分辨率。图像超分辨理论已经发展了三十多年，产生了大量的研究文献，详见综述[3]。近年来，基于学习的单图像超分辨理论^[6-8]发展较快，其通过外部训练库学习低分辨率图像到高分辨率图像的映射关系，再把学习到的映射关系应用到待增强的图像上获得相应的高分辨率图像。同样，多图像超分辨理论也有较大的发展^[9]：对先验模型和似然函数的探索和优化，估计方法由最大似然估计到最大后验估计再到变分贝叶斯估计，高分辨率图像和模型参数独立估计到联合估计。总体来说，多图像超分辨理论朝着自动化和性能最优化方向发展，尤其是变分贝叶斯多图像超分辨理论^[10-11]，该理论联合估计高分辨率图像和模型参数。

平面复眼成像能够获得同一场景的多幅低分辨率子孔径图像，在没有较好外部训练数据的情况下，多图像超分辨理论成为提高平面复眼空间分辨率的自然选择。图1是基于多图像超分辨理论的平面复眼分辨率增强示意图。由于先前的多图像超分辨理论研究主

要集中在序列图像超分辨上，因而几乎所有的多图像超分辨理论都假设各幅图像之间的相对运动满足欧几里得变换，即低分辨率子孔径图像之间仅具有平移和/或旋转变换。这种简化的运动模型对平面复眼成像场景并不完全适用，例如文献[12]中设计的平面复眼系统可能存在子孔径图像相对于参考子孔径图像微略的放大或缩小，或者由于光学透镜和图像传感器的装配误差造成子孔径图像之间存在仿射变换。为了避免相对运动模型不准确引起的性能降低，我们进一步扩展相对运动模型以使其符合实际的平面复眼成像场景。基于以上讨论，本文采用适用范围更广的仿射相机模型^[13]建模各子孔径低分辨率图像之间的相对运动，在变分贝叶斯框架下获得相应的分辨率增强算法，并把推荐方法用于复眼图像分辨率增强。仿真数据实验和真实数据实验证了推荐方法的正确性和有效性。

2 分辨率增强的信号模型

2.1 前向成像模型

前向成像模型^[3]描述了由潜在高分辨率图像 X 到 L 幅低分辨率图像 $Y_k(k=1,2,\dots,L)$ 的降质过程，包含相对运动、模糊、下采样和加性噪声：

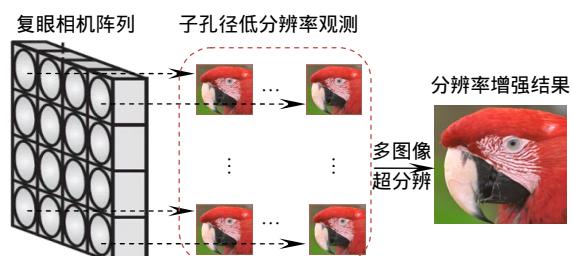


图1 基于多图像超分辨的平面复眼空间分辨率增强

Fig. 1 Spatial resolution enhancement of planar compound eye space based on multi-image super-resolution

$$Y_k = E H_k M_k(s_k) X + n_k \quad (1)$$

其中： X 和 Y_k 分别是高分辨率图像和第 k 幅低分辨率图像通过字典排序方式排成的列向量。多图像超分辨即通过多幅观测低分辨率图像 $\{Y_k\}$ 以及噪声、模糊、相对运动和高分辨率图像的先验知识来估计潜在的高分辨率图像 X 。设低分辨率图像的大小为 $N = N_h \times N_v$ ， N_h 和 N_v 分别是水平方向和垂直方向的像素数。假设水平和垂直方向上的下采样因子都为 r ，则高分辨率图像大小为 $rN_h \times rN_v$ 。因而， X 和 Y_k 是 $r^2 N \times 1$ 和 $N \times 1$ 的列向量。 n_k 是 $N \times 1$ 的加性观测噪声， E 是 $N \times r^2 N$ 的下采样矩阵。假设模糊是线性空不变的，因而模糊矩阵 H_k 是由模糊核 h_k 决定的 $r^2 N \times r^2 N$ 矩阵。假设 L 幅图像的模糊核已知且相同，即 $h_k = h$ ， $H_k = H(h) = H$ 。 L 幅图像由同一相机在相同设置下获得或者由相同配置的不同相机获得时，该假设成立。设模糊核大小为 $\sqrt{M} \times \sqrt{M}$ ，则 h 采用字典排序方法得到 $M \times 1$ 向量，通常 M 远小于 $r^2 N$ 。 $M_k(s_k)$ 是由相对运动向量 s_k 决定的 $r^2 N \times r^2 N$ 运动矩阵。设高分辨率图像 X 上的坐标 (p_i, q_i) 为参考坐标，向量 s_k 决定图像高分辨率图像 X 到第 k 幅图像坐标 $(p_{k,i}, q_{k,i})$ 的变换：

$$\begin{cases} p_{k,i} = a_k p_i + b_k q_i + u_k \\ q_{k,i} = c_k p_i + d_k q_i + v_k \end{cases} \quad (2)$$

因而， $s_k = (a_k, b_k, c_k, d_k, u_k, v_k)^T$ 。坐标变换(2)为仿射变换，其把欧几里德变换作为特殊情况，更加适合平面复眼成像场景。通常， $(p_{k,i}, q_{k,i})$ 不是整数坐标，这里采用双线性插值的方式获得高分辨率像素点 (p_i, q_i) 移动到 $(p_{k,i}, q_{k,i})$ 的灰度图像取值。定义：

$$\begin{cases} f_{k,i} = \Delta p_{k,i} - \lfloor \Delta p_{k,i} \rfloor \\ g_{k,i} = \Delta q_{k,i} - \lfloor \Delta q_{k,i} \rfloor \end{cases}, \quad \begin{cases} \Delta p_{k,i} = a_k p_i + b_k q_i + u_k - p_i \\ \Delta q_{k,i} = c_k p_i + d_k q_i + v_k - q_i \end{cases}, \quad (3)$$

$$\begin{aligned} X_{k,i}^{\text{tr}} &= X(\lceil p_{k,i} \rceil, \lfloor q_{k,i} \rfloor), \quad X_{k,i}^{\text{tl}} = X(\lfloor p_{k,i} \rfloor, \lfloor q_{k,i} \rfloor), \\ X_{k,i}^{\text{bl}} &= X(\lfloor p_{k,i} \rfloor, \lceil q_{k,i} \rceil), \quad X_{k,i}^{\text{br}} = X(\lceil p_{k,i} \rceil, \lceil q_{k,i} \rceil), \end{aligned} \quad (4)$$

其中： $\lceil \cdot \rceil$ 和 $\lfloor \cdot \rfloor$ 为向上和向下取整函数记号，则：

$$\begin{aligned} X(p_{k,i}, q_{k,i}) &= (M_k(s_k)X)_i \\ &= g_{k,i}(1-f_{k,i})X_{k,i}^{\text{bl}} + (1-g_{k,i})f_{k,i}X_{k,i}^{\text{tr}} \\ &\quad + g_{k,i}f_{k,i}X_{k,i}^{\text{br}} + (1-g_{k,i})(1-f_{k,i})X_{k,i}^{\text{tl}}, \end{aligned} \quad (5)$$

记号 $(\bullet)_i$ 表示括号中向量第 i 个分量。为了方便接下来算法推导，给出：

$$\begin{aligned} \frac{\partial(M_k(s_k)X)_i}{\partial s_k} &= \frac{\partial(M_k(s_k)X)_i}{\partial[f_{k,i}, g_{k,i}]^T} \frac{\partial[f_{k,i}, g_{k,i}]^T}{\partial s_k} \\ &= \begin{bmatrix} X_{k,i}^{\text{tr}} - X_{k,i}^{\text{tl}} + g_{k,i}\hat{X}_{k,i} \\ X_{k,i}^{\text{bl}} - X_{k,i}^{\text{tl}} + f_{k,i}\hat{X}_{k,i} \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} p_i & q_i & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & p_i & q_i & 0 & 1 \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (6)$$

其中 $\hat{X}_{k,i} = X_{k,i}^{\text{br}} + X_{k,i}^{\text{tl}} - X_{k,i}^{\text{bl}} - X_{k,i}^{\text{tr}}$ 。把 $p_i, q_i, f_{k,i}, g_{k,i}, X_{k,i}^{\text{tr}}, X_{k,i}^{\text{tl}}, X_{k,i}^{\text{bl}}, X_{k,i}^{\text{br}}$ 按下标 i 逐次排成相应 $r^2 N \times 1$ 的列向量 $p, q, f, g, X^{\text{tr}}, X^{\text{tl}}, X^{\text{bl}}, X^{\text{br}}$ 、 \hat{X}_k 。对式(5)和式(6)采用矩阵向量形式分别写为

$$\begin{aligned} M_k(s_k)X &= D_{g_k * (1-f_k)} X_k^{\text{bl}} + D_{(1-g_k) * f_k} X_k^{\text{tr}} \\ &\quad + D_{g_k * f_k} X_k^{\text{br}} + D_{(1-g_k) * (1-f_k)} X_k^{\text{tl}}, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial M_k(s_k)X}{\partial s_k} &= \left[D_{X_k^{\text{tr}} - X_k^{\text{tl}} + g_k * \hat{X}_k}, D_{X_k^{\text{tr}} - X_k^{\text{tl}} + f_k * \hat{X}_k} \right] \\ &\quad \cdot \begin{bmatrix} p & q & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & p & q & 0 & 1 \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (8)$$

其中：“.*”是向量对应元素各自相乘的运算，对任意列向量 V ，记号 D_V 表示把 V 作为主对角元的对角矩阵， 0 和 1 分别是 $r^2 N \times 1$ 的全 0 和全 1 向量。

2.2 分层贝叶斯模型

分层贝叶斯模型对高分辨率图像 X 、低分辨率观测 Y_k 、相对运动向量 s_k 分别进行建模。其第一层直接对前述变量的概率分布进行建模。图像的 TV 模型^[14] 具有良好图像复原效果，因而这里采用 TV 模型建模高分辨率图像：

$$p(X | \alpha) \propto \alpha^{r^2 N / 2} \exp \left\{ -\alpha \sum_{i=1}^{r^2 N} \sqrt{(\Delta_h X)_i^2 + (\Delta_v X)_i^2} \right\}, \quad (9)$$

其中： α 是图像先验模型参数， Δ_h 和 Δ_v 是水平和垂直方向的一阶差分矩阵。

假设噪声 n_k 为零均值高斯白噪声且各子孔径图像噪声相互独立，于是对低分辨率观测 Y_k 有：

$$p(Y_k | X, \beta_k, s_k) \propto \beta_k^{N/2} \exp \left(-\frac{\beta_k}{2} \| Y_k - EHM_k(s_k)X \|_2^2 \right). \quad (10)$$

其中 β_k 是高斯噪声逆方差参数。

由于运动向量 s_k 的维度较小，这里直接采用非信息先验(non-informative prior)来对其进行建模，即假设：

$$p(s_k) = \delta(s_k - \tilde{s}_k), \quad (11)$$

其中： \tilde{s}_k 是任意确定向量， $\delta(\bullet)$ 是德尔塔函数记号，即：

$$\delta(a) = \begin{cases} 1, & a = 0 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}.$$

记分层贝叶斯模型第一层模型中的参数集为 $\Theta = \{\alpha, \{\beta_k\}\}$ ，第二层贝叶斯模型对该参数集的概率分布进行建模，这里采用高斯分布的共轭分布^[15]，即 Gamma 分布来对参数集进行建模：

$$p(\Theta) = \prod_{\theta \in \Theta} p(\theta), \quad (12)$$

其中 $p(\theta)$ 是 Gamma 分布：

$$p(\theta) = \Gamma(\theta | \Phi_\theta, \varphi_\theta) = \frac{\varphi_\theta^{\Phi_\theta}}{\Gamma(\Phi_\theta)} \theta^{\Phi_\theta - 1} \exp(-\varphi_\theta \theta) \quad , \quad (13)$$

这里 $\theta > 0$, $\Phi_\theta \geq 0$, $\varphi_\theta > 0$, $\Gamma(\cdot)$ 为 Gamma 函数, 由 Gamma 分布的性质, 其均值 $E(\theta) = \Phi_\theta / \varphi_\theta$ 。

3 分辨率增强算法

本节对上述信号模型采用变分贝叶斯推导^[15]以获得相应的分辨率增强算法。由贝叶斯公式可知:

$$\begin{aligned} p(X, \{s_k\}, \Theta | \{Y_k\}) &= \frac{p(X, \{s_k\}, \Theta, \{Y_k\})}{p(Y_k)} \\ &\propto p(X, \{s_k\}, \Theta, \{Y_k\}) \\ &\propto p(X | \Theta) p(\Theta) p(b) \prod_k p(Y_k | X, \{s_k\}, \Theta) p(s_k) \quad . \end{aligned} \quad (14)$$

进一步通过最大后验准则:

$$\hat{X}, \{\hat{s}_k\}, \hat{\Theta} = \arg \max_{X, \{s_k\}, \Theta} p(X, \{s_k\}, \Theta | \{Y_k\}) \quad , \quad (15)$$

来获得高分辨率图像的最优估计。由于变量 X 、 $\{s_k\}$ 和 Θ 复杂的相互依存关系, 数学上难以直接进行式(15)的最大后验优化计算。这里首先采用平均场假设, 并在 Kullback-Leibler(KL) 散度意义下近似式(14)的后验分布, 再通过对近似的后验分布采用最大后验准则来获得各个量的估计算法。平均场假设即采用分解的分布:

$$q(X, \{s_k\}, \Theta) = q(X) \prod_{k=1}^L q(s_k) \prod_{\theta \in \Theta} q(\theta) \quad . \quad (16)$$

通过优化问题:

$$\begin{aligned} \hat{q}(X, \{s_k\}, \Theta) &= \arg \min_{q(X, \{s_k\}, \Theta)} KL(q(X, \{s_k\}, \Theta) | p(X, \{s_k\}, \Theta | \{Y_k\})) \\ , \quad (17) \end{aligned}$$

来获得原后验分布的近似分布 $\hat{q}(X, \{s_k\}, \Theta)$, 其中:

$$\begin{aligned} KL(q(X, \{s_k\}, \Theta) | p(X, \{s_k\}, \Theta | \{Y_k\})) &= \int q(X, \{s_k\}, \Theta) \log \frac{q(X, \{s_k\}, \Theta)}{p(X, \{s_k\}, \Theta | \{Y_k\})} dX d\{s_k\} d\Theta \quad . \end{aligned} \quad (18)$$

由于式(14)中分布 $p(X | \Theta)$ 包含难于处理的非二次函数, 令 $g = (\Delta_h X)_i^2 + (\Delta_v X)_i^2$, $h = w_i > 0$, 对式(9)中求和的各项利用算术-几何平均不等式 $\sqrt[g]{g} \leq (g+h)/2\sqrt{h}$, 可得:

$$\begin{aligned} p(X | \alpha) &\geq \alpha^{r^2 N/2} \exp \left\{ -\frac{\alpha}{2} (X^T \Delta_h^T W \Delta_h X + X^T \Delta_v^T W \Delta_v X) + \sum_{i=1}^{r^2 N} \sqrt{w_i} \right\} \\ &= F(X, \alpha, \{w_i\}) \quad . \end{aligned} \quad (19)$$

其中: $W = D_{(1/\sqrt{w_1}, 1/\sqrt{w_2}, \dots, 1/\sqrt{w_{r^2 N}})^T}$, 上标 T 表示转置, $\{w_i\}$ 是辅助变量。

将式(19)带入式(14), 得:

$$\begin{aligned} p(X, \{s_k\}, \Theta | \{Y_k\}) &\geq F(X, \alpha, \{w_j\}) p(\Theta) \prod_k p(Y_k | X, \{s_k\}, \Theta) p(s_k) \\ &= G(X, \{s_k\}, \Theta, \{Y_k\}, \{w_i\}) \quad . \end{aligned} \quad (20)$$

将式(20)带入式(18), 得:

$$\begin{aligned} KL(q(X, \{s_k\}, \Theta) | p(X, \{s_k\}, \Theta | \{Y_k\})) &\leq \int q(X, \{s_k\}, \Theta) \log \frac{q(X, \{s_k\}, \Theta)}{G(X, \{s_k\}, \Theta, \{Y_k\}, \{w_i\})} dX d\{s_k\} d\Theta \\ &= KL(q(X, \{s_k\}, \Theta) | G(X, \{s_k\}, \Theta, \{Y_k\}, \{w_i\})) \quad . \end{aligned} \quad (21)$$

至此, 我们获得了一个易于处理的上界 $KL(q(X, \{s_k\}, \Theta) | p(X, \{s_k\}, \Theta | \{Y_k\}))$, 进一步可通过优化问题:

$$\begin{aligned} \hat{q}(X, \{s_k\}, \Theta) &= \arg \min_{q(X, \{s_k\}, \Theta)} KL(q(X, \{s_k\}, \Theta) | G(X, \{s_k\}, \Theta, \{Y_k\}, \{w_i\})) \\ , \quad (22) \end{aligned}$$

来近似优化问题(17)。由变分贝叶斯方法^[15]可得优化问题(22)的显式解:

$$\hat{q}(\bar{w}) \propto \exp \{E_{\Omega \setminus \bar{w}} [\log G(X, \{s_k\}, \Theta, \{Y_k\}, \{w_j\})]\} \quad , \quad (23)$$

其中: $\Omega = (X, \{s_k\}, \Theta)$, $E_{\Omega \setminus \bar{w}} [\cdot]$ 为对随机变量集 Ω 除 \bar{w} 外的其余变量求期望的期望算子, 简记为 $E_{\Omega \setminus \bar{w}} [\cdot] = \langle \cdot \rangle_{\Omega \setminus \bar{w}}$, 在上下文意义明确的情况下直接记为 $\langle \cdot \rangle = E_{\Omega \setminus \bar{w}} [\cdot]$ 。利用式(23), 计算得 $\hat{q}(X)$ 为多变量高斯分布, 同时对 $\hat{q}(X)$ 最大化, 可得高分辨率图像估计 \hat{X} :

$$\hat{q}(X) = N(\langle X \rangle, \Sigma_X^{-1}) \quad , \quad (24a)$$

$$\hat{X} = \langle X \rangle = \Sigma_X \sum_k \langle \beta_k \rangle M_k^T(s_k) H^T E^T Y_k \quad , \quad (24b)$$

$$\begin{aligned} \Sigma_X^{-1} &= \langle \alpha \rangle (\Delta_h^T W \Delta_h + \Delta_v^T W \Delta_v) \\ &+ \sum_k \langle \beta_k \rangle M_k^T(s_k) H^T E^T E H M_k(s_k) \quad . \end{aligned} \quad (24c)$$

$\hat{q}(s_k)$ 为单点分布 $\hat{q}(s_k) = \delta(s_k - \hat{s}_k)$, 且

$$\hat{s}_k = \arg \min_{s_k} \langle \|Y_k - E H M_k(s_k) X\|_2^2 \rangle_X \quad . \quad (25)$$

由于 $M_k(s_k) X$ 是 s_k 的非线性函数, 这里通过线性近似和固定点迭代的方法求解优化问题(25)。设上一次迭代结果为 \bar{s}_k , 在 \bar{s}_k 处线性展开有:

$$\begin{aligned} M_k(s_k) X &= M_k(\bar{s}_k) X + A(s_k - \bar{s}_k) \quad , \\ A &= \left. \frac{\partial M_k(s_k) X}{\partial s_k} \right|_{s_k=\bar{s}_k} \quad . \end{aligned} \quad (26)$$

把式(26)带入式(25), 通过计算可得下一次迭代计算式:

$$\hat{s}_k = \Sigma \rho \quad , \quad (27a)$$

$$\Sigma^{-1} = \langle A^T H^T E^T E H A \rangle_X \quad , \quad (27b)$$

$$\begin{aligned} \rho &= \left\langle A^T \right\rangle_X H^T E^T Y_k - \left\langle A^T H^T E^T E H M_k(\bar{s}_k) X \right\rangle_X \\ &+ \left\langle A^T H^T E^T E H A \right\rangle_X \bar{s}_k \quad . \end{aligned} \quad (27c)$$

对辅助变量集 $\{w_i\}$, 通过最小化式(22)可得:

$$w_i = \left\langle (\Delta_h X)_i^2 + (\Delta_v X)_i^2 \right\rangle_X . \quad (28)$$

对模型参数集 $\Theta = \{\alpha, \{\beta_k\}\}$ ，由式(23)可得相应的后验仍为 Gamma 分布，且这些分布的最大后验估计为相应分布的均值，即：

$$\hat{\alpha} = \langle \alpha \rangle = (r^2 N / 2 + a_\alpha) / (\sum_i \sqrt{w_i} + b_\alpha) , \quad (29)$$

$$\hat{\beta}_k = \langle \beta_k \rangle = \frac{N / 2 + a_{\beta_k}}{\left\| \mathbf{Y}_k - \mathbf{E} \mathbf{H} \mathbf{M}_k(\mathbf{s}_k) \mathbf{X} \right\|_2^2 + b_{\beta_k}} . \quad (30)$$

把上述分辨率增强算法总结如下：

算法 1 变分贝叶斯分辨率增强算法

1) 给定初始化参数 a_α 、 b_α 、 a_{β_k} 、 b_{β_k} ，初始化高分辨率图像分布 $q^0(X) = \delta(X - X^0)$ ，初始化运动向量 $\{\mathbf{s}_k^0\}$ ，设 $n=1$ 。

2) 分辨率增强算法迭代步骤如下：

2.1) 给定 $q^{n-1}(X)$ 和 $\{\mathbf{s}_k^{n-1}\}$ ，由式(29)，式(30)计算 α^n ， β_k^n ，由式(28)计算 $\{w_i^n\}$ ，进而获得 $\mathbf{W}^n = \mathbf{D}_{\{1/\sqrt{w_i^n}\}}$ 。
2.2) 给定 α^n ， β_k^n ， \mathbf{W}^n 和 $\{\mathbf{s}_k^{n-1}\}$ ，由式(24a)、(24b)和(24c)计算得 $q^n(X)$ 。

2.3) 给定 $q^n(X)$ 和 β_k^n ，迭代求解 $\{\mathbf{s}_k^n\}$ ：设 $m=1$ ， $\{\mathbf{s}_k^{n,0}\} = \{\mathbf{s}_k^{n-1}\}$ ；

2.3.1) 取 $\bar{\mathbf{s}}_k = \mathbf{s}_k^{n,m-1}$ ，由式(27a)、式(27b)、式(27c)计算得 $\mathbf{s}_k^{n,m} = \bar{\mathbf{s}}_k$ ；

2.3.2) $m=m+1$ ，当收敛条件不满足时，返回步骤 2.3.1)，直到收敛条件满足。

2.4) $n=n+1$ ，当收敛条件不满足时，返回步骤 2.1)，直到收敛条件满足。

其中：式(24b)、式(25)、式(27a)涉及到通过大型矩阵求逆求解线性方程组的问题，为了避免直接求逆，可采用共轭梯度法迭代求解。另外，上面多次涉及到计算 $\langle \bullet \rangle_X$ ，当需要使用协方差矩阵 Σ_X 时，为避免对式(24c)定义的矩阵直接求逆，采用式(24c)定义矩阵的主对角近似的逆来近似 Σ_X ，这里的主对角近似指保留原矩阵主对角上的分量并把矩阵非主对角分量置为 0。

4 实验与仿真

本节给出推荐方法和如下四种方法在仿真实验数据和真实实验数据下的实验对比。对比方法包括两种单图像超分辨方法：双三次插值(bicubic interpolation, 记为 BBC)和 SRCNN^[7]，SRCNN 是一种基于深度学习网络的单图像超分辨方法；两种多图像超分辨方法为 TV^[10]方法和 NS^[11]方法。对 SRCNN，由于没有相应的训练样本，这里直接采用网站^[16]程序中训练好的网络参数。对图像灰度值归一化，彩色图像分别对 RGB 三

个图像通道进行相应的图像超分辨。对推荐算法的初始化设置，假设 $a_\alpha=0$ 、 $b_\alpha=0$ 、 $a_{\beta_k}=0$ 、 $b_{\beta_k}=0$ ；高分辨率图像分布由单点分布 $q^0(X)=\delta(X-\tilde{X})$ 初始化，其中 \tilde{X} 是参考子孔径低分辨率图像双三次插值结果；相对运动向量由 $\mathbf{s}_k^0=(1,0,0,1,0,0)$ 初始化。利用上述初始化，迭代求解高分辨率图像，并采用 $\|\mathbf{X}^n - \mathbf{X}^{n-1}\|_2^2 / \|\mathbf{X}^{n-1}\|_2^2 < 10^{-5}$ 作为迭代停止条件，其中 \mathbf{X}^n 和 \mathbf{X}^{n-1} 是高分辨率图像第 n 和 $n-1$ 次迭代结果。

4.1 性能评价

对仿真实验数据，由于存在真实的高分辨率图像作为对比，文中采用峰值信噪比 PSNR^[17] 来定量评价图像的分辨率增强效果。PSNR 计算式如下：

$$PSNR = 10 \log \frac{r^2 N}{\|\hat{\mathbf{X}} - \mathbf{X}\|_2^2} , \quad (31)$$

式中： X 为真实图像， \hat{X} 为算法增强后的图像。

由于在进行真实数据实验时没有高分辨率图像作为对比，这里采用分辨率板作为目标物，把平面复眼对其成像获得的分辨率板图像作为低分辨率观测。此时，易于采用人眼对各分辨率增强方法进行评价。进一步，为了更加客观地评价各分辨率增强方法，采用 BISQEI^[18](blind image spatial quality evaluator index) 来评价各增强方法的性能，BISQEI 值越小，图像质量越高。BISQEI 是一种无参考图像的图像质量评价指标，图像空间分辨率是图像质量的一个重要方面，因此这里采用 BISQEI 来表征图像分辨率增强方法的性能。

4.2 仿真数据实验结果与分析

把图 2 中大小为 210×210 的高分辨率彩色图像作为真实图像。对彩色图像 RGB 三个通道分别单独进行仿真数据生成和相应的分辨率增强。仿真数据生成即把 RGB 三个通道分别作为 X 并利用式(1)对每个通道生成 5 幅低分辨率图像。假设式(1)中的模糊核对各通道相同且已知，其大小 3×3 、标准差为 0.6 的高斯滤波器。对式(1)中相对运动向量 \mathbf{s}_k 具体设置如表 1 所示。

其中， u_k 和 v_k 的单位为像素。这里仅给出稍微偏离欧几里德变换的一个仿射变换实例，对更普遍的仿射变换，推荐方法仍是有效的，而对比方法中的两种多图像超分辨率理论反而恶化了图像性能。以第一幅图像为参考子孔径图像，水平和垂直方向下采样倍数都设置为 $r=2$ 。对于加性观测噪声 n_k ，依次加入均值为 0，标准差为 0.001、0.01 和 0.1 的高斯白噪声。

表 2 是两幅图像在三种信噪比下 PSNR 实验结果。

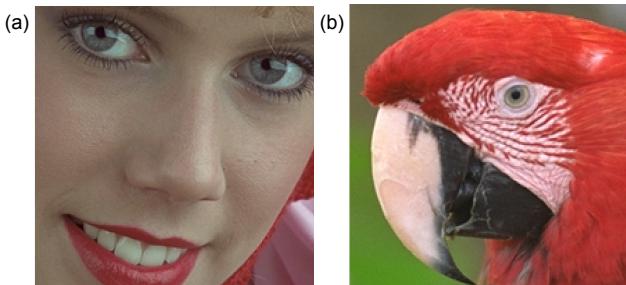


图 2 仿真数据实验中真实高分辨率图像。(a) Kod04; (b) Kod23

Fig. 2 The ground truth high-resolution image for simulations.

(a) Kod04; (b) Kod23

表 1 仿真数据实验中运动向量设置

Table 1 Motion vector setup in simulations

s_k	a_k	b_k	c_k	d_k	u_k	v_k
s_1	1	0	0	1	0	0
s_2	1.01	-0.01	-0.01	1.01	0.5	0.5
s_3	1.01	0.01	0.01	0.99	1	1
s_4	0.99	0.01	0.01	0.99	1.5	1.5
s_5	0.99	-0.01	-0.01	1.01	2	2

表 2 各图像分辨率增强方法 PSNR(dB)值比较

Table 2 Comparisons of PSNR (dB) derived by several image resolution enhancement methods

Image	BBC	SRCCNN	TV	NS	Proposed
Kod04 (0.001)	33.51	33.02	33.64	35.12	44.61
Kod04 (0.01)	32.92	31.80	33.81	35.00	38.09
Kod04 (0.1)	21.59	17.28	28.06	29.74	30.51
Kod23 (0.001)	27.31	26.75	30.21	30.02	42.77
Kod23 (0.01)	27.16	26.43	30.06	29.86	35.52
Kod23 (0.1)	20.90	17.17	25.66	26.28	26.76

可以看出，两种单图像分辨率增强方法性能最差，因为其仅使用了单幅参考子孔径图像来重构高分辨率图像，另外 SRCNN 的网络参数并未针对这里的应用场景进行优化；在所有场景，推荐方法都优于 TV 和 NS：噪声水平较大(标准差为 0.1)时，推荐方法略优于 TV 和 NS，这是由于相比于运动估计的不准确性，此时噪声是制约分辨率增强性能的主要因素；低噪声水平(标准差为 0.01 和 0.001)时，推荐方法能够有效估计出相

对运动向量，此时推荐方法的 PSNR 大幅优于现有方法。

为了进一步从主观视觉上对比各分辨率增强方法，图 3 和图 4 给出了 Kod04 和 Kod23 在标准差为 0.01 时的实验结果图像。可以看出，低分辨率图(a)在图像边缘具有明显的锯齿且高频图像细节出现混叠。在图 3 中，BBC 和 SRCNN 仍然具有较强的噪声水平，尤其是 SRCNN 在增强图像细节的同时明显地放大了噪

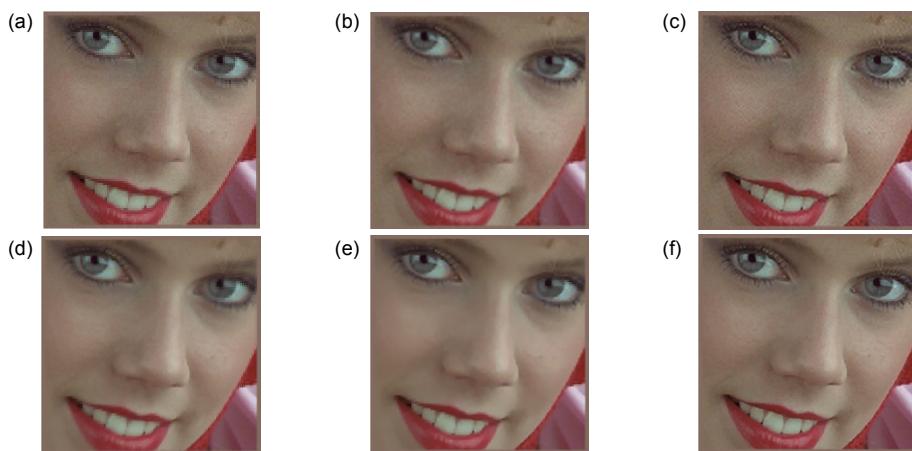


图 3 Kod04 图像标准差为 0.01 的高斯噪声时，增强结果。

(a) 参考低分辨率图像；(b) BBC；(c) SRCNN；(d) TV；(e) NS；(f) 推荐方法

Fig. 3 The enhancement results on Kod04 in presence of Gaussian noise (with a standard deviation of 0.01).

(a) Reference low resolution image; (b) BBC; (c) SRCNN; (d) TV; (e) NS; (f) The proposed method

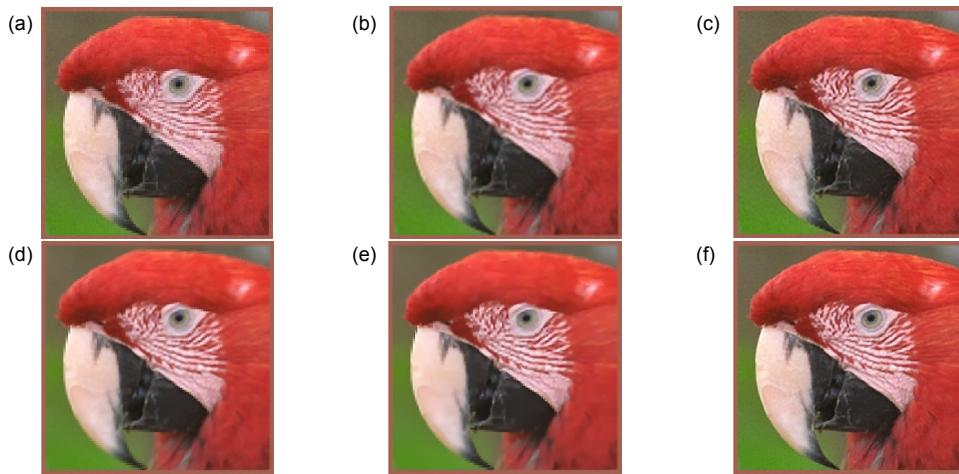


图 4 Kod23 图像标准差为 0.01 的高斯噪声时，增强结果。

(a) 参考低分辨率图像; (b) BBC; (c) SRCNN; (d) TV; (e) NS; (f) 推荐方法

Fig. 4 The enhancement results on Kod23 in presence of Gaussian noise (with a standard deviation of 0.01).

(a) Reference low resolution image; (b) BBC; (c) SRCNN; (d) TV; (e) NS; (f) The proposed method.

声。TV 和 NS 降噪效果明显，然而因为相对运动估计的不准确，在边缘处出现了模糊和一定的人造干扰物，另外 NS 方法具有一定的过平滑效应，例如，过多平滑了原图脸上的斑点。推荐方法处理结果具有锐利的边缘、清晰的细节，最接近原始高分辨率图像。在图 4 中，BBC 最为模糊，SRCNN 具有更加锐利的边缘，然而从图像左下角看出该方法对噪声放大较为明显。TV 和 NS 方法虽具有一定的去混叠和分辨率增强效果，然而由于相对运动向量估计误差，在图像边缘，例如鸟嘴尖处，出现了明显的人造干扰物。从鸟眼周围的复杂纹理信息的恢复和锐利边缘看出，推荐方法具有最好的分辨率增强和图像复原效果。

4.3 真实数据实验结果与分析

本节对复眼相机阵列采集的图像数据进行分辨率增强实验并给出相应的分析。复眼相机对 ISO 12233

分辨率板和 USAF 1951 分辨率板分别成像获得 9 帧子孔径低分辨率图像，并截取公共视场内的部分区域进行分辨率增强，其中，对 ISO 12233 分辨率板，截取大小为 56×56 的中心圆环区域，对 USAF 1951 分辨率板，截取大小为 40×40 的包含 0、1 线对组的区域。图 5 为两幅相应的复眼图像，其中每幅中包含 9 张子孔径低分辨率图像。

以左上角子孔径图像为参考子孔径图像，见图 6(a) 和图 7(a)，设置下采样因子为 3，对 TV、NS 和本文推荐方法，模糊核选为大小 3×3 、方差为 1 的高斯滤波器。图 6(b)~6(f) 和图 7(b)~7(f) 分别为图 5(a) 和 5(b) 复眼图像采用不同分辨率增强方法获得的增强结果图像。ISO 12233 复眼图像增强后图像大小为 168×168 ，USAF 1951 复眼图像增强后图像大小为 120×120 。表 3 为各分辨率增强方法增强结果的 BISQEI 比较，可以

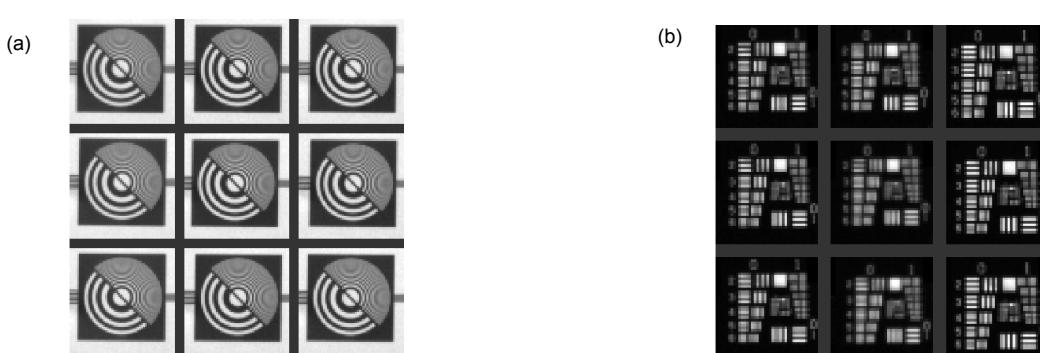


图 5 真实数据复眼图像，截取自分辨率板。(a) ISO 12233; (b) USAF 1951

Fig. 5 Real data compound eye images cropped from the resolution chart. (a) ISO 12233; (b) USAF 1951

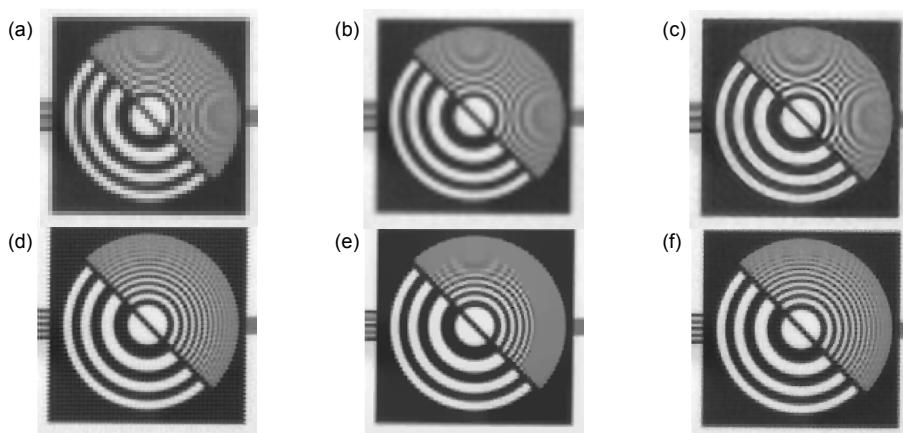


图 6 ISO12233 分辨率板图像增强结果。

(a) 参考低分辨率图像; (b) BBC; (c) SRCNN; (d) TV; (e) NS; (f) 推荐方法

Fig. 6 The enhancement results on the ISO12233 resolution chart image.

(a) Reference low resolution image; (b) BBC; (c) SRCNN; (d) TV; (e) NS; (f) The proposed method.

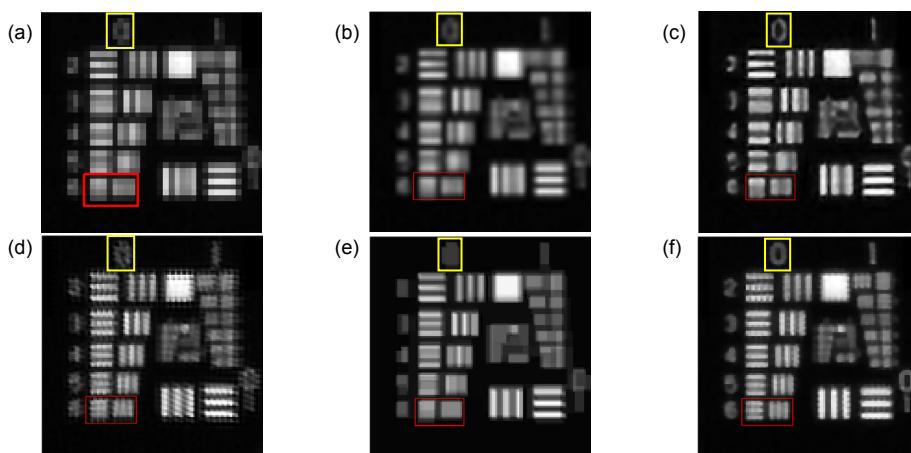


图 7 USAF1951 分辨率板图像增强结果。

(a) 参考低分辨率图像; (b) BBC; (c) SRCNN; (d) TV; (e) NS; (f) 推荐方法

Fig. 7 The enhancement results on the USAF1951 resolution chart image.

(a) Reference low resolution image; (b) BBC; (c) SRCNN; (d) TV; (e) NS; (f) The proposed method.

表 3 分辨率板图像增强结果 BISQEI 比较

Table 3 Comparisons of BISQEI of the enhancement results on resolution chart images

Method	BBC	SRCCNN	TV	NS	Proposed
ISO 12233	109.81	101.59	93.36	96.54	90.71
USAF 1951	104.56	98.58	99.70	99.80	97.79

看出本文推荐方法具有最好的分辨率增强性能。

对 ISO 12233 复眼图像和分辨率增强结果 图 6(a) 空间下采样造成了边缘处明显的锯齿以及高频区域的混叠图样。图 6(b) 上采样插值使锯齿效应得到缓解，但图像模糊且混叠图样依然存在。相对于 BBC ,图 6(c) 中的 SRCNN 能够去除模糊并增加对比度，但混叠图样依然存在且更加明显。单帧图像方法 BBC 和 SRCCNN

不能去除混叠图样是因为其未有效利用多幅图像的互补信息，所以它们并未从本质上增加分辨率。从图 6(d)~6(f)看出，利用多幅图像进行分辨率增强的 TV、NS 和本文推荐方法都能够有效增强图像的分辨率。图 6(d)中的 TV 方法，由于运动估计的不准确造成了图像光滑区域的噪声和边缘上有较强的干扰物存在，图 6(e)中的 NS 方法利用先验模型对噪声和运动不准确

造成的干扰物有较好的抑制作用，但该先验也有明显的过平滑现象，圆环中高频纹理几乎被平滑掉，且仍存在少量的混叠图样。图 6(f)的推荐方法不仅获得了最好的分辨率增强，且在干扰物和噪声抑制方面表现出最好的性能。

对 USAF 1951 复眼图像和分辨率增强结果，为了便于从视觉上对比分辨率增强效果，图 7 中各图的相同区域加入了黄色框和红色实线框。图 7(a)锯齿现象较明显，如黄色框中数字 0，同时出现了混叠现象，例如 0 组中的 3 号线条对已不能被正确分辨，红色方框中的线条组混叠更为明显。图 7(b)BBC 方法使得图 7(a)中的锯齿现象得到缓解，但图像边缘更加模糊，且图 7(a)中不能分辨的线条对仍不能被分辨。图 7(c)进一步去除了图 7(b)的边缘模糊，使得图像的对比度更高，但仍然没有增加对线条的分辨能力。利用多个子孔径图像的分辨率增强方法增加了图像空间分辨率，图 7(a)~7(c)中不能被分辨的 0 组 3 号线对在 7(d)~7(f)中都能够被正确分辨。图 7(d)中的 TV 方法分辨率增强效果比较明显，然而由于运动模型的限制，其它子孔径低分辨率图像并不能很好地配准到参考子孔径图像上，这些配准误差体现在增强图像中线条和数字边缘处明显的干扰物，从黄色框中变形的数字 0 可以看出，这些干扰物极大地影响了对真实高频细节的分辨。图 7(e)中 NS 方法利用先验模型能够抑制运动模型误差造成的干扰物，但同时把图像中的细节、纹理等高频信息也平滑掉了。从图 7(f)看出，推荐方法增强结果的边缘干扰物较少且分辨率增强最为明显，增强后的黑白线条更加均匀且具有更高对比度。

5 结 论

本文把变分贝叶斯多图像超分辨率理论来进行复眼图像分辨率增强。传统的多图像超分辨率方法通常假设过于简化的欧几里德变换运动模型，这限制了超分辨率方法在复眼图像增强中的应用。推荐方法把仿射变换模型引入变分贝叶斯框架，并推导了高分辨率图像、运动向量和模型参数的自适应联合估计的分辨率增强算法。仿真数据实验和复眼相机数据实验证了推荐方法的正确性和有效性：在仿真数据实验中，推荐方法具有最高的 PSNR 性能和好的视觉效果；基于分辨率板的真实数据实验表明，推荐方法具有最好的分辨率增强效果，且在模糊去除、噪声和干扰物抑制方面具有更好的性能。

参 考 文 献

- [1] Tanida J, Kumagai T, Yamada K, et al. Thin Observation Module by Bound Optics (TOMBO): concept and experimental verification[J]. *Applied Optics*, 2001, **40**(11): 1806–1813.
- [2] Carles G, Downing J, Harvey A R. Super-resolution imaging using a camera array[J]. *Optics Letters*, 2014, **39**(7): 1889–1892.
- [3] Yue L W, Shen H F, Li J, et al. Image super-resolution: the techniques, applications, and future[J]. *Signal Processing*, 2016, **128**: 389–408.
- [4] Guo Y H, Pu M B, Ma X L, et al. Advances of dispersion-engineered metamaterials[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2017, **44**(1): 3–22.
郭迎辉, 蒲明博, 马晓亮, 等. 电磁超构材料色散调控研究进展[J]. 光电工程, 2017, **44**(1): 3–22.
- [5] Zalevsky Z, Mendlovic D. *Optical Superresolution*[M]. New York: Springer, 2004.
- [6] Zhan S, Fang Q. Image super-resolution based on edge-enhancement and multi-dictionary learning[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2016, **43**(4): 40–47.
詹曙, 方琪. 边缘增强的多字典学习图像超分辨率重建算法[J]. 光电工程, 2016, **43**(4): 40–47.
- [7] Dong C, Loy C C, He K M, et al. Image super-resolution using deep convolutional networks[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2016, **38**(2): 295–307.
- [8] Wang F, Wang W, Qiu Z L. A single super-resolution method via deep cascade network[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2018, **45**(7): 170729.
王飞, 王伟, 邱智亮. 一种深度级联网络结构的单帧超分辨率重建算法[J]. 光电工程, 2018, **45**(7): 170729.
- [9] Milanfar P. *Super-Resolution Imaging*[M]. Boca Raton: CRC Press, 2011.
- [10] Babacan S D, Molina R, Katsaggelos A K, et al. Variational Bayesian super resolution[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2011, **20**(4): 984–999.
- [11] Villena S, Vega M, Molina R, et al. A non-stationary image prior combination in super-resolution[J]. *Digital Signal Processing*, 2014, **32**: 1–10.
- [12] Horisaki R, Nakao Y, Toyoda T, et al. A compound-eye imaging system with irregular lens-array arrangement[J]. *Proceedings of SPIE*, 2008, **7072**: 7072G.
- [13] Hartley R, Zisserman A. *Multiple View Geometry in Computer Vision*[M]. 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2003.
- [14] Ng M K, Shen H F, Lam E Y, et al. A total variation regularization based super-resolution reconstruction algorithm for digital video[J]. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, 2007, **2007**: 074585.
- [15] Beal M J. *Variational algorithms for approximate Bayesian inference*[D]. London: The Gatsby Computational Neuroscience Unit, University College London, 2003.
- [16] Dong C, Loy C C, He K, et al. Image Super-Resolution Using Deep Convolutional Networks [OL]. available from: <http://mmlab.ie.cuhk.edu.hk/projects/SRCNN.html>.
- [17] Wang Z, Bovik A C. Mean squared error: love it or leave it? A new look at signal fidelity measures[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2009, **26**(1): 98–117.
- [18] Mittal A, Moorthy A K, Bovik A C. No-reference image quality assessment in the spatial domain[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2012, **21**(12): 4695–4708.

Spatial resolution enhancement of planar compound eye based on variational Bayesian multi-image super-resolution

Min Lei^{1,2,3,4}, Yang Ping^{1,3,4*}, Xu Bing^{1,3,4}, Liu Yong²

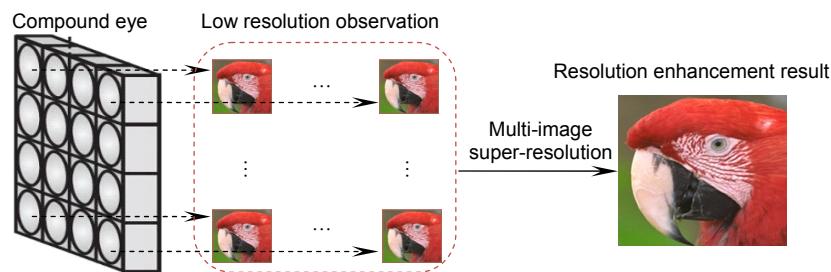
¹Key Laboratory of Adaptive Optics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610209, China;

²School of Optoelectronic Science and Engineering,

University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu, Sichuan 610054, China;

³Institute of Optics and Electronics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610209, China;

⁴University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China



Spatial resolution enhancement of planar compound eye based on multi-image super-resolution

Overview: The planar compound eye imaging system uses multiple sub-apertures to image the scene. With a proper optical design, the planar compound eye has the characteristics of thin, light, and large field of view. However, because of the constraint of imaging sub-aperture size and spatial sampling rate of the image sensor, the image quality of each sub-aperture is low. How to fuse multiple sub-aperture images to obtain a high-resolution image is an urgent problem. Multi-image super-resolution theory uses multiple images with complementary information to reconstruct high spatial resolution images. However, existing theories usually use oversimplified motion models, and this motion model is not suitable for planar compound eye imaging. If the existing multi-image super-resolution theory is directly applied to the resolution enhancement of planar compound eye, the inaccurate relative motion estimation will reduce the performance of image resolution enhancement. In order to solve these problems, the motion model of the multi-image super-resolution is improved in the variational Bayesian framework, and the derived joint estimation algorithm is used to enhance the resolution of the planar compound eye. In the first stage of hierarchical Bayesian model, we use total variation (TV) model and non-informative prior model to model the latent high-resolution image and the motion vector, respectively. In the second stage, we use Gamma distribution to model the model parameters in the first stage. Instead of the oversimplified Euclidean motion model, we use the affine motion model, which is more suitable for planar compound eye imaging scenario. The correctness and effectiveness of the proposed method is verified by the simulation data experiments and the real compound eye data experiments. We report the experiments and analyses on simulated and real data. For the experiments on simulated data, the performance of the resolution enhancement method is quantitatively measured by the peak signal-to-noise ratio (PSNR). The proposed method is superior to the comparison methods in all simulated scenarios, especially in the middle and high signal to noise ratio scenarios. Better visual effects of the results also demonstrate the advantage of the proposed method. For the real data experiments, we first use USAF 1951 and ISO 12233 resolution charts as the target at a certain distance, and use the planar compound eye prototype to collect the compound eye images. Then, the resolution chart compound eye images are used to compare different resolution enhancement methods. The proposed method has better performance in preserving image details, suppressing noise and removing artifacts.

Citation: Min L, Yang P, Xu B, et al. Spatial resolution enhancement of planar compound eye based on variational Bayesian multi-image super-resolution[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2020, 47(2): 180661

Supported by National Innovation Fund of Chinese Academy of Sciences (CXJJ-16M208), the Preeminent Youth Fund of Sichuan Province, China (2012JQ0012), and the Outstanding Youth Science Fund of Chinese Academy of Sciences

* E-mail: pingyang2516@163.com