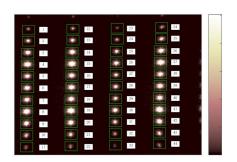


2017年,第44卷,第9期

## 基于二维正交光栅的高精度 质心探测方法

陈 林 1,2,3, 黄林海 1,2, 李新阳 1,2\*

- 1中国科学院自适应光学重点实验室, 成都 610209;
- 2中国科学院光电技术研究所, 成都 610209;
- 3中国科学院大学,北京 100049



摘要: 为了探测高精度的远场光斑质心,本文提出了一种多光斑质心探测方法。该方法利用二维正交的衍射光栅,将远场单光斑扩展为多光斑阵列,通过增加探测光斑的输入信息量,提高质心探测精度。实验结果表明,远场多光斑质心探测精度比单光斑质心探测精度提高了近 4 倍,单个光斑质心探测误差均方根(RMS)为 0.0385 pixels,16 个多光斑阵列平均质心探测误差 RMS 为 0.0099 pixels。相对于传统的质心探测方法,本文所采用的远场多光斑质心探测方法更为简便

关键词:光学检测;衍射光栅;质心探测;远场光斑;随机噪声

中图分类号: TH741 文献标志码: A

# A high-precision centroid detecting method based on two-dimension orthogonal gratings

Lin Chen<sup>1,2,3</sup>, Linhai Huang<sup>1,2</sup> and Xinyang Li<sup>1,2\*</sup>

<sup>1</sup>The Key Laboratory on Adaptive Optics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu 610209, China; <sup>2</sup>Instituteic of Optics and Electronics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu 610209, China; <sup>3</sup>University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

**Abstract:** In order to detect high-precision far-field spots centroid, a multiple spots centroid detecting method is proposed. Using two-dimension orthogonal diffraction gratings, a single spot on the far-field focal plane is developed into a multiple spots array. By increasing the input information of the far-field detected spots, the centroid detection accuracy can be improved. The experimental results show that the centroid detecting accuracy of multiple spots is 4 times larger than that of single spot. The root mean square (RMS) of single spot centroid detecting error is 0.0385 pixels and the RMS of 16 spots centroid detecting error is 0.0099 pixels. Compared with the conventional method of the centroid detecting, the far-field multiple spots centroid detecting method proposed is simpler and more convenient.

Keywords: optical test; diffraction grating; centroid detection; far-field spot; random noise

## 1 引 言

在自适应光学中, 当光路光轴进行对准探测时,

收稿日期: 2017-02-20; 收到修改稿日期: 2017-05-19

\*E-mail: xyli@ioe.ac.cn

需要能够测量出光轴偏移的倾斜量。测量光轴倾斜量 的一般方法是通过计算出远场光斑的质心,质心的探 测精度直接决定了光轴的对准精度。目前,人们对提 高光斑质心探测精度的方法进行了很多深入的研究, 这些方法主要归为三类:光斑质心一般算法,光斑图

像预处理算法和其他算法。光斑质心算法包括质心一 阶矩算法,最小二乘高斯拟合法。一阶矩算法是最常 用的方法,算法简单,运算量较小,便于实现[1];最 小二乘高斯拟合法在弱光信噪比很小条件下,以最小 二乘为准则能提取出高精度光斑质心[2]。光斑图像预 处理算法包括阈值法、窗口法、加权法。阈值法是对 光斑图像设定一个全局阈值,进行图像分割,可以消 除读出噪声、背景暗电流噪声的影响[3],但是当光斑 强度不均匀时,不宜做全局的阈值处理,于是提出了 自适应阈值法[4,5]等。窗口法是通过改变窗口大小排除 窗口外的噪声,能提高光斑信噪比,但是无法去除窗 口内的噪声对探测精度的影响间。加权法是提高靠近 光斑中心光强较大点的权重,降低远离光斑中心的背 景噪声权重,从而提高质心探测精度[7]。除了上述的 质心探测方法外,还存在一些其他质心算法,包括非 线性滤波法,线性插值法以及多种质心算法的结合使 用<sup>[8-10]</sup>。

上述的质心探测方法具有如下两个特征,一是这些方法都是基于单个光斑进行的研究,其中在文献[8] 中基于单个光斑质心探测精度为 0.0289 pixel;二是研究对象都是静止的光斑,这种静态的质心精度研究是没有考虑实验室传输光路中空气的微小扰动以及光斑运动等因素对质心探测精度的影响。

本文通过使用二维正交衍射光栅增加远场探测光 斑的数量,利用光栅衍射分光后能获取更多远场光斑 的输入信息,从而提高质心探测精度。最后实验研究 了光斑在受扰动条件下质心的探测精度,并在扰动条 件下将远场单光斑与多光斑的质心探测精度进行了对 比,结果表明,本文提出的远场多光斑质心探测方法 对提高光斑质心探测精度是有效的。

## 2 二维正交衍射光栅远场成像原理

本文探测高精度质心的方法是利用二维光栅在远场的成像原理,该二维光栅是由两副正交的一维振幅型衍射光栅重叠构成的。一维光栅是一种具有周期性空间结构的分光元件,在 x 或 y 方向上由很多等宽等间距的平行狭缝构成。一维衍射光栅的成像特点是远场衍射光斑只能在 x 或 y 单个方向上扩展,增加的探测光斑数量有限,而当采用两副正交重叠的一维光栅时光斑会同时沿 x 和 y 两个方向扩展,因此能大幅度增加远场探测光斑的数量。图 1 为一维振幅型光栅远场成像的示意图,入射光束垂直照射在光栅表面,经

光栅透射后被调制为强度不等、相位分布相同的多束光,光束经透镜聚焦后在 CCD 靶面上成像为一组衍射光斑,这些光斑具有形状相同但光强大小不同的特点[11.12]。

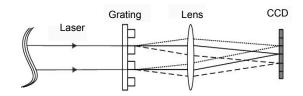


图 1 一维光栅远场成像示意图.

Fig. 1 Principle of one-dimensional diffraction beam-split.

入射光束经光栅衍射后形成一系列亮度不同的光斑,各级光斑位置由光栅方程来确定,光栅方程为

 $d\sin\theta = k\lambda, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots, \tag{1}$ 

其中:d为光栅常数, $\theta$  为衍射角,k为级数, $\lambda$  为入射波长。

在光栅衍射过程中,由于衍射角很小,故近似有  $\theta \approx \sin \theta$  ,因此式(1)可改写为

$$\theta = k \frac{\lambda}{d},\tag{2}$$

从式(2)可以看到相邻光斑的衍射角差值是相同的,设光栅后成像透镜焦距为 f,则相邻光斑之间的间隔  $\Delta L$  表示为

$$\Delta L = f \cdot \Delta \theta = \frac{\lambda f}{d},\tag{3}$$

由上面式(3)可知, 衍射光斑中相邻光斑之间的间隔距离是相等的。

入射光束经光栅分光调制、成像透镜聚焦后,在 CCD 光敏面成像为衍射光斑,设入射光束直径为 D,则衍射光斑的角半径表示为

$$\Delta \alpha = 1.22 \frac{\lambda}{D} \quad , \tag{4}$$

在 CCD 上成像的衍射光斑直径 d。可以表示为

$$d_{\rm c} = 2f \cdot \Delta \alpha = 2.44 f \cdot \frac{\lambda}{D}, \tag{5}$$

从式(5)可以知道,在 CCD 光敏面上成像的衍射 光斑具有光斑形状大小相同的特点。但衍射光斑的强 度峰值是不同的,光束经衍射光栅在远场焦面上 (x, y) 点处的光强分布函数为

$$I_{s}(x,y) = |U_{s}(x,y)|^{2} = \left(\frac{a}{\lambda f d}\right)^{2} \times \sum_{k} \left[\operatorname{sinc}\left(\frac{ak}{d}\right)\right]^{2} \cdot I\left[\left(\frac{x}{\lambda f} - \frac{k}{d}\right), y\right], \quad (6)$$

式中:a 为光栅狭缝宽度, $I(x,y) = |U(x,y)|^2$  为不加光栅时远场光斑的光强分布函数。

从式(6)中可以看到,经过光栅后各级衍射光斑的光强峰值比值由系数因子  $\left[\operatorname{sinc}(ak/d)\right]^2$  确定,各级衍射光斑的光强分布与不加光栅时远场光斑的光强分布是一致的。

## 3 质心探测误差的推导

#### 3.1 质心探测误差源分析

光斑质心探测精度受很多因素影响,分为系统误差和随机误差,其中由随机因素引起的误差是影响质心探测精度的主要因素。质心探测误差源包括[13-15]:

- 1) CCD 像素单元离散采样的误差;
- 2) 信号光子噪声,它是一种服从 Poisson 分布的 随机噪声;
- 3) 背景光子噪声,存在于 CCD 光电转换过程中, 服从 Poisson 分布的随机噪声;
- 4) CCD 的读出噪声,包括 A/D 转换噪声,它是一种服从 Gaussian 分布的随机噪声;
- 5) CCD 背景暗电流噪声,表示 CCD 在无光输入的情况下的输出信号,可视为常数。

文献[15]指出当光斑尺寸  $\sigma_A$  大于 0.5 倍像素尺寸时,由于 CCD 像素离散采样造成的质心误差均方根值小于  $0.02\sigma_A$  ,所以可以忽略 CCD 离散采样误差。因此质心探测精度的主要影响因素是信号光子噪声,背景光子噪声,CCD 读出噪声和背景暗电流噪声,它们都属于随机噪声。由它们引起的在 x 方向光斑质心的探测误差可以表示为[15]。

$$\sigma_{\text{xcr}}^2 = \frac{K\sigma_{\text{A}}^2}{V} + \frac{\sigma_{\text{r}}^2}{V} ML(\frac{L^2 - 1}{12} + x_{\text{c}}^2) \text{pixel}^2 + \sigma_{\text{b}}^2$$
 (7)

其中:K为一个光子产生的 ADU 数,ADU 为灰度值单位, $\sigma_A$  为光斑的等效高斯宽度, $\sigma_r^2$  为 CCD 读出噪声的方差,L和 M为探测窗口在 x和 y方向上的像素数, $x_c$  为 x方向的平均质心坐标,V为窗口内的总光子事件数, $\sigma_b^2$  为背景光子噪声的方差, $\sigma_b$  的大小与环境背景光子有关,表示当光路中没有入射光时,由背景光引入的随机误差。

#### 3.2 质心探测随机误差的理论推导

因为远场光斑质心计算方法在 x 方向和 y 方向上是相互对称的,因此本文只讨论了在 x 方向上的质心探测误差,y 方向上质心计算方法与之类似,光斑质心的一阶矩计算公式为

$$x_{c} = \frac{\sum_{i=1}^{s} \sum_{j=1}^{t} x_{j} I_{ij}}{\sum_{i=1}^{s} \sum_{j=1}^{t} I_{ij}},$$
 (8)

$$y_{c} = \frac{\sum_{i=1}^{s} \sum_{j=1}^{t} Y_{j} I_{ij}}{\sum_{i=1}^{s} \sum_{j=1}^{t} I_{ij}},$$
(9)

其中:s、t为光斑图像的行列数, $I_{ij}$ 为位于第(i,j)处像素的灰度值; $x_c$ 和 $y_c$ 分别为相应探测窗口内光斑质心的 x坐标和y坐标。

根据 3.1 节对质心探测误差源的分析,假设质心探测过程中存在的随机误差为  $\delta$  ,信号光子散粒噪声为  $\delta$ 。,背景光子噪声为  $\delta$ 。,CCD 读出噪声为  $\delta$ 。,CCD 读出噪声为  $\delta$ 。,CCD 背景暗电流噪声为  $\delta$ 。,则质心探测随机误差总合为  $\delta$ 

$$\delta = \delta_{\rm s} + \delta_{\rm h} + \delta_{\rm r} + \delta_{\rm d} \,, \tag{10}$$

同时若不考虑质心探测存在的系统误差,设光斑质心的真实位置为  $x_p$  ,探测到的一系列光斑质心为  $x_i$  ,则由随机误差表示实际测量获得质心为

$$x_i = x_p + \delta = x_p + \delta_s + \delta_b + \delta_r + \delta_d, \qquad (11)$$

入射光经光栅分光后得到光斑的数量为 n , 则 n 个光斑的平均质心为

$$\overline{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (x_p + \delta_s + \delta_b + \delta_r + \delta_d) =$$

$$x_p + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (\delta_s + \delta_b + \delta_r + \delta_d). \tag{12}$$

由于随机误差的本质特征是具有抵偿性,当远场测量光斑数 n 充分大时,多个光斑质心的随机误差之和有如下关系:

$$\sum (\delta_{\rm s} + \delta_{\rm b} + \delta_{\rm r} + \delta_{\rm d}) \to 0, \qquad (13)$$

结合式(12)和式(13)可以看到,当采用多个光斑质心叠加取平均方法后,多个光斑之间的随机误差大致是可以相互抵消的,所以通过将多光斑质心取平均的方法可以减小质心探测中的随机误差。由于在实际实验过程中,光斑质心的实际位置 $x_p$ 是无法探测到的,因此本文将光斑平均质心作为探测光斑质心的真实位置,即有 $\bar{x} \approx x_p$ 。通过上述的理论推导可以看到,多光斑叠加取平均质心的方法可以降低随机误差对光斑质心探测的影响,从而提高光斑质心的探测精度。

#### 4 实验及结果分析

#### 4.1 实验方案

基于衍射光栅的质心探测实验光路示意图如图 2

所示,He-Ne 激光器的出射光经偏振片、准直扩束镜、透镜、光阑、倾斜镜后投射到两正交的相位光栅上,透过光栅后的光束经透镜聚焦到 CCD 相机上。He-Ne 激光束的波长为 632.8~nm,扩束镜的针孔直径为 25~μm,经过光阑后光束的直径为 4.6~mm。透镜 L1 的焦距为 200~mm,透镜 L2 的焦距为 250~mm。 CCD 相机使用德国堡盟公司的 TXG06,像素数为  $600~\text{pixel}\times582~\text{pixel}$ ,像素大小为  $8.3~\text{μm}\times8.3~\text{μm}$ ,像素深度为 8.0~c CCD 相机背景噪声为  $1\sim2~\text{ADU}$ 。振幅光栅间隙水平方向为 30~lp/mm,垂直方向为 100~lp/mm。

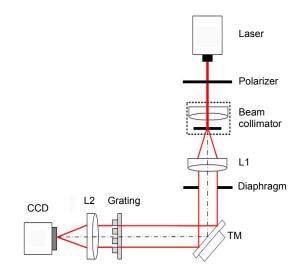


图 2 基于衍射光栅的质心探测实验光路示意图. Fig. 2 Schematic diagram of centroid detecting based on diffraction gratings.

在质心探测过程中光斑不是静止的,在实验室中

光束会受到空气等环境因素的微小扰动。为了模拟环境因素等引起的微小抖动,假设光束受到正弦扰动,因此在实验中给 TM 输入一组正弦控制电压信号,信号频率为 1 Hz,振幅为±5 µrad。由于 CCD 靶面的尺寸有限,经光栅分光后,远场单光斑被拓展为 11×4 的光斑阵列。在实验中利用 CCD 相机采集了 600 帧图像,如图 3 所示。为了便于确定具体的某个子光斑,对光斑阵列进行了一一编号。由于子光斑探测窗口的尺寸会影响质心探测精度,因此实验中需要选取合适的矩形区域作为子光斑的探测窗口,选取的探测窗口需要比最大光斑的像素数要稍多,能够完整包含每个子光斑,最终选取的探测窗口的大小为 41 pixel×41 pixel。

经二维正交光栅分光后获得的多个远场光斑具有不同的光强水平,利用远场实验光斑 1 号至 44 号对质心探测误差公式(7)中质心误差与每个子光斑光强之间的关系进行了数据拟合,结果如图 4 所示,横坐标表示探测窗口内单个光斑的光强,纵坐标表示质心探测误差,其中:

$$a = K\sigma_{\rm A}^2 \,, \tag{14}$$

$$b = \sigma_{\rm r}^2 ML \left( \frac{L^2 - 1}{12} + x_{\rm c}^2 \right) \text{ pixel}^2.$$
 (15)

从图 4 中可以看到光斑质心误差因受光斑之间光强的影响,使得质心探测误差实验数据点在理论规律曲线上下起伏,但是总体上实验光斑质心误差与质心探测误差理论公式是吻合的。从图 4 中还可以看到 1 至 44 号远场实验光斑由于光强水平不同,光斑质心探测精度也是高低不一致的。

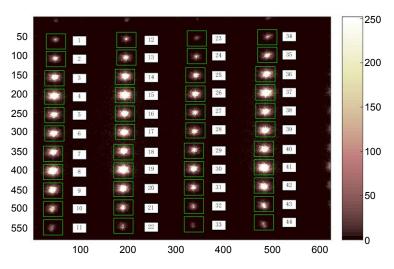


图 3 CCD 采集的一帧光斑阵列图像.

Fig. 3 One frame of spots array captured by CCD.

#### 4.2 光斑的选取

利用光栅分光增加了探测光斑的数量,但是由于获得的部分光斑存在较大的误差,在质心计算时需要剔除,因此为了能对多光斑进行筛选,需要制定光斑的选取准则。本文对光斑的筛选制定了两条准则:1)根据光斑质心位置移动曲线,由于入射光束是受到TM 正弦扰动,因此在 CCD 相机靶面上成像的多个光斑质心位置曲线也应是正弦扰动;2)根据焦面上的衍射光斑形状,光栅的误差会导致衍射光斑成像时形状发生改变,根据第2节中正交光栅成像的原理,光斑具有形状相同的特点,则可以去除形状改变的光斑。根据光斑筛选的两条准则可以获取准确的探测光斑,同时还可以去除由光栅带来的光斑质心探测误差。

图 5 为光斑在 x 方向的质心位置曲线图,横坐标为图像帧数,纵坐标为光斑质心的相对位置,其单位为像素。图 5(a)为 1 到 44 号光斑质心位置曲线,可以看到大部分光斑质心位置曲线和 TM 正弦扰动规律是

吻合的,但有小部分光斑质心位置曲线偏离正弦扰动规律。利用计算出的光斑质心数据,首先从图 4 中选取出高探测精度的光斑,然后结合上述的两条光斑选取准则,根据光斑编号去除误差较大的光斑,选出了24 个光斑(2,3,4,5,6,7,9,10,13,14,16,17,18,20,26,27,28,29,31,35,36,39,40,43)作为远场高精度质心探测的实验光斑。图 5(b)为图 5(a)中筛选出的 24 个光斑质心位置曲线,可以看到,保留的光斑质心位置曲线具有十分一致的变化关系。

#### 4.3 质心探测精度评价标准

用标准差来表征光斑质心的探测精度,标准差越小,探测精度越高。假设在不放置光栅时,远场单光 斑质心的标准差为

$$\sigma_{\rm xcr} = \sqrt{D(x)}$$
 , (16)

在光路中放置光栅后,得到的 n 个衍射光斑质心叠加取平均后的标准差为  $\sigma_{\bar{x}}$  ,根据统计理论可得多光

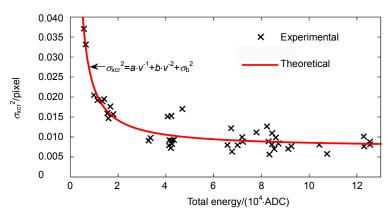
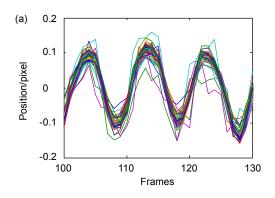


图 4 质心探测误差 RMS 与光斑总能量之间的关系.

Fig. 4 Relationship between centroid RMS and spots total energy.



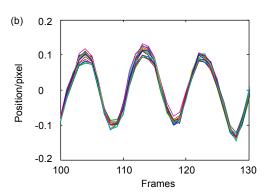


图 5 光斑质心相对位置曲线. (a) 全部子光斑. (b) 去除质心误差较大的光斑.

Fig. 5 Serial position curve of centroid. (a) All the spot. (b) After removing large centroid error.

斑平均质心的标准差  $\sigma_{x}$  与单个光斑质心标准差  $\sigma_{xcr}$  存在如下关系:

$$\sigma_{\overline{x}} = \sqrt{D(\overline{x})} = \sqrt{D\left(\frac{1}{n}\sum x_i\right)} = \sqrt{\frac{1}{n^2}\sum \sigma_{\text{xcr}}^2} = \frac{1}{\sqrt{n}}\sigma_{\text{xcr}}.$$
 (17)

与传统方法(即无光栅条件下)相比,新方法利用 光栅将远场单个探测光斑扩展为 n 个光斑后,多光斑 平均质心的探测精度是原来单个光斑质心探测精度的  $\sqrt{n}$  倍。

#### 4.4 实验结果

为了验证利用光栅增加探测光斑数量的方法能提高质心探测精度,选取了四组具有不同探测光斑数量的实验数据作为对比,如表 1 所示。由于多光斑是动态扰动的,因此质心探测精度采用 RMS 值表示,同时根据式(17)中单光斑与多光斑质心探测精度的对应关系,利用单个光斑质心的 RMS 值,根据不同的探测光斑数量获得对应的质心探测精度理论 RMS 值。根据3.2 节对探测随机误差的分析,将筛选出的 24 个光斑的平均质心 $\bar{x}_{24}$  作为光斑质心的真实值 $x_{p}$ ,表 1 中第

一组为随机选取的单个光斑,光斑质心探测误差 RMS 值计算方法为

$$x_{\rm rms} = \sqrt{\frac{1}{M-1} \sum_{i=1}^{M} (x_{i,m} - \overline{x}_{24})^2} \quad , \tag{18}$$

其中:M为 CCD 采集光斑图像帧数,m 为计算中采用的不同探测光斑数量。

通过表 1 可以看到:1) 在使用不同远场光斑数量进行质心探测时,质心探测误差的实验 RMS 值与理论RMS 值存在微小的偏差,但基本是吻合的;2) 随着增加远场探测光斑数量,远场光斑质心的探测精度也提高了。

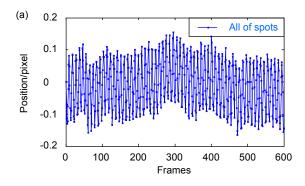
利用二维正交光栅增加了远场探测光斑数,多光斑质心的探测精度较单个光斑探测精度有了较高的提升,图6为光斑平均质心探测误差的对比结果。

本文通过利用衍射光栅的分束特性,将远场单个 光斑扩展为多光斑阵列,单个光斑的质心扩充为光斑 平均的质心,降低了随机误差的影响,提高了质心探 测精度。质心的探测精度是与光栅的特性有关的,如 与衍射光栅的分辨率等。光栅的分辨率越高,则光栅 常数则越小。在第2节中讨论了光栅的成像原理,可 以知道,光栅常数会影响衍射光斑的相邻间隔距离、

表 1 不同光斑数量下质心探测精度的实验 RMS 值与理论 RMS 值对比结果.

Table 1 Comparison results between experimental and theoretical RMS values of centroid detecting precision under different spots numbers.

| Serial number | Number of spot | Experimental RMS/pixel | Theoretical RMS/pixel |
|---------------|----------------|------------------------|-----------------------|
| 1             | 1              | 0.0385                 |                       |
| 2             | 4              | 0.0201                 | 0.0192                |
| 3             | 8              | 0.0134                 | 0.0136                |
| 4             | 16             | 0.0099                 | 0.0096                |



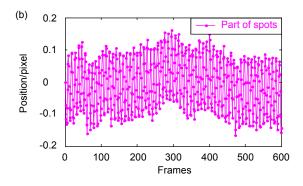


图 6 光斑平均质心探测误差对比. (a) 全部子光斑. (b) 筛选后的部分光斑.

Fig. 6 Comparison results of the mean centroid detecting error. (a) All the spots. (b) Part of spots.

衍射光斑的光强峰值。采用较高分辨率的光栅会增大 衍射子光斑的光强,从而可以提高质心的探测精度。

### 5 结 论

在自适应光学光路光轴对准过程中,为了提高远场光斑质心的探测精度,本文通过对各种噪声源的分析和总结,明确了在光斑质心探测过程中,随机噪声是影响光斑质心探测精度的主要因素。通过采用两正交的一维振幅光栅,将远场单光斑扩展为多光斑,通过增加探测光斑的输入信息,再结合使用多个光斑叠加取平均质心的方法,有效降低随机误差对质心探测精度的影响,从而提高远场光斑质心的探测精度。在实验中单个光斑质心探测误差 RMS 值为 0.0099 pixel,远场多光斑质心探测误差 RMS 值为 0.0099 pixel,远场多光斑质心探测精度比单光斑质心探测精度提高了近4倍。在现有的质心探测方法基础上,本文提出了一种新型的质心探测方法,实验结果表明,使用本文的方法提高了远场质心的探测精度。

## 基金项目

国家自然科学基金(61205069)资助课题。

## 参考文献

- 1 Tyson R K. Principles of adaptive optics[M]. Boston: Academic Press, 1991: 121–122.
- Shen Feng, Jiang Wenhan. Gaussian fitting method for estimating subaperture centroids of shack-Hartmann wavefront sensor at low light levels[J]. High Power Laser and Particle Beams, 1999, 11(1): 27–30.
  - 沈锋, 姜文汉. 弱光波前传感器质心计算的新方法[J]. 强激光与粒子束, 1999, 11(1): 27-30.
- Jiang Wenhan, Xian Hao, Shen Feng. Detection error of Shack-Hartmann wavefront sensors[J]. *Proceedings of SPIE*, 1997, 3126: 534–544.
- 4 Ren Jianfeng, Rao Changhui, Li Mingquan. An adaptive threshold selection method for Hartmann-Shack wavefront sensor[J]. Opto-Electronic Engineering, 2002, 29(1): 1–5. 任剑峰,饶长辉,李明全. 一种 Hartmann-Shack 波前传感器图像

- 的自适应阈值选取方法[J]. 光电工程, 2002, 29(1): 1-5.
- Liang Chun, Liao Wenhe, Shen Jianxin, et al. An adaptive detecting centroid method for Hartmann-Shack wavefront sensor[J]. Chinese Journal of Lasers, 2009, **36**(2): 430–434.
  - 梁春, 廖文和, 沈建新, 等. Hartmann-Shack 波前传感器的自适应质心探测方法[J]. 中国激光, 2009, **36**(2): 430-434.
- 6 Prieto P M, Vargas-Martín F, Goelz S, et al. Analysis of the performance of the Hartmann-Shack sensor in the human eye[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2000, 17(8): 1388–1398
- 7 Baik S H, Park S K, Kim C J, et al. A center detection algorithm for Shack-Hartmann wavefront sensor[J]. Optics & Laser Technology, 2007, 39(2): 262–267.
- Li Jing, Gong Yan, Hu Xinrong, et al. A high-precision centroid detecting method for Hartmann-Shack wavefront sensor[J]. Chinese Journal of Lasers, 2014, 41(3): 0316002.
  - 李晶, 巩岩, 呼新荣, 等. 哈特曼-夏克波前传感器的高精度质心探测方法[J]. 中国激光, 2014, 41(3): 0316002.
- Cheng Liqun, Wang Xiaoman, Jing Wenbo. Centroid detection of Shack-Hartmann wave-front sensor by marked watershed method[J]. Optics and Precision Engineering, 2014, 22(6): 1494–1499.
  - 程利群, 王晓曼, 景文博. 利用标记分水岭法实现夏克-哈特曼波 前传感器质心探测[J]. 光学 精密工程, 2014, **22**(6): 1494-1499.
- Zhang Yanyan, Xu Wentao, Chen Suting. The extraction of signal in Shack-Hartmann wavefront sensor based on sparse representation[J]. Opto-Electronic Engineering, 2016, 43(4): 48–54.
  - 张艳艳, 许文涛, 陈苏婷. 稀疏表示的夏克-哈特曼波前传感器信号提取[J]. 光电工程, 2016, **43**(4): 48-54.
- 11 Luo Qun, Huang Linhai, Gu Naiting, et al. Experimental study of a modified phase diversity with a diffraction grating[J]. Optics Express, 2012, 20(11): 12059–12066.
- 12 He Yuanxing, Li Xinyang. Far-field focal spot measurement based on diffraction grating[J]. Chinese Journal of Lasers, 2012, 39(2): 0208001.
  - 贺元兴, 李新阳. 基于衍射光栅的远场焦斑测量新方法[J]. 中国激光, 2012, **39**(2): 0208001.
- 13 Ma Xiaoyu, Rao Changhui, Zheng Hanqing. Error analysis of CCD-based point source centroid computation under the background light[J]. Optics Express, 2009, 17(10): 8525–8541.
- 14 Li Chaohong, Xian Hao, Jiang Wenhan, et al. Wavefront error caused by centroid position random error[J]. Journal of Modern Optics, 2008, 55(1): 127–133.
- 15 Cao Genrui, Yu Xin. Accuracy analysis of a Hartmann-Shack wavefront sensor operated with a faint object[J]. Optical Engineering, 1994, 33(7): 2331–2335.