

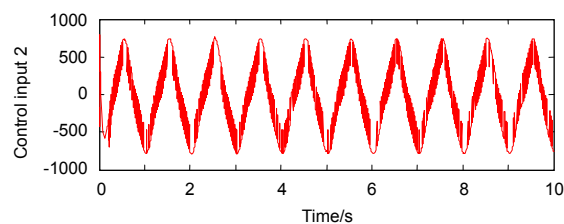


# 基于新型开关切换函数的机器人滑模控制

周涛<sup>1,2\*</sup>, 王磊<sup>1</sup>

<sup>1</sup>同济大学电子与信息工程学院, 上海 201804;

<sup>2</sup>洛阳师范学院物理与电子信息学院, 河南 洛阳 471934



**摘要:** 为了削弱滑模控制高频抖振, 提出一种新型开关切换函数, 代替传统的符号函数。以多自由度串联机器人的动力学模型为研究对象, 利用该新型开关切换函数, 设计了一种滑模控制律, 并证明多自由度机器人滑模控制系统渐近稳定。两自由度机器人滑模控制的仿真实验表明, 两个关节都实现了较高的角位置和角速度跟踪精度, 并且动态响应较快。同时, 与采用符号函数作为开关切换函数的机器人滑模控制系统相比, 有效削弱了滑模控制量的高频抖振。该新型开关切换函数具有通用性, 适用于机载光电稳定平台、导弹制导等其它滑模控制系统。

**关键词:** 开关切换函数; 滑模控制; 机器人; 高频抖振; 跟踪精度

中图分类号: TP273

文献标志码: A

## Sliding model control of robot manipulator based on a novel switching function

Tao Zhou<sup>1,2\*</sup> and Lei Wang<sup>1</sup>

<sup>1</sup>College of Electronics and Information Engineering, Tongji University, Shanghai 201804, China; <sup>2</sup>College of Physics and Electronics Information, Luoyang Normal University, Luoyang 471934, China

**Abstract:** A novel switching function which replaces the sign function is presented in order to reduce high frequency chattering of the sliding model control. The dynamics model of multi-DOF serial robot manipulators is studied. A sliding control law with this novel switching function is designed and the asymptotic stability of the sliding model control of robot manipulators is proved. The simulation experiments of the sliding model control of 2-DOF robot manipulators illustrate that two links have higher angular position tracking accuracy and speed tracking accuracy. Moreover, its dynamic response is faster. The sliding model control system with the novel switching function reduces high frequency chattering effectively compared with the sliding model control system with the sign function. This novel switching function can be used on other sliding model control systems, for instance, the airborne electro-optical stabilized platform and missile guidance.

**Keywords:** switching function; sliding model control; robot manipulator; high frequency chattering; tracking accuracy

**DOI:** 10.3969/j.issn.1003-501X.2017.05.009

**Citation:** *Opto-Elec Eng*, 2017, **44**(5): 534–538

## 1 引言

工业机器人和光电稳定平台是典型的非线性系

统, 通常存在参数摄动和外部扰动, 而滑模变结构控制是工业机器人和光电稳定平台常用的控制方法<sup>[1-12]</sup>。滑模变结构控制系统的结构具有随时间变化的开关特性, 从而实现系统在一定特性下沿设计的状态轨迹作小幅度、高频率的上下运动, 即滑动模态。设计的滑

收稿日期: 2017-02-24; 收到修改稿日期: 2017-04-13

\*E-mail: zhoutao041@163.com

动模态与系统的控制对象参数变化及外部扰动无关,因此处于滑动模态的系统具有很好的鲁棒性<sup>[1]</sup>。但是,滑模控制的不连续开关特性将会引起系统的高频抖振现象。开关的切换动作所造成控制量的不连续性是抖振现象的主要原因。抖振会影响系统控制精度,增加能耗,而且可能激发系统的高频未建模动态,造成系统震荡。在机载和舰载光电稳定平台中,滑模控制量的抖振影响速率稳定精度和光轴跟踪精度。所以,减弱控制量的抖振已成为滑模变结构控制研究的一个重要内容<sup>[1-5]</sup>。目前,国内外的主要研究包括准滑动模态方法、趋近律方法、滤波方法、干扰观测器方法、动态滑模方法等<sup>[1]</sup>。在实际应用中,通常采用饱和函数代替符号函数作为开关切换函数,以抑制滑模控制的抖振。但是,饱和函数削弱抖振效果有限,同时影响系统的控制精度。

近年来,国内外不少学者进行了机器人滑模控制方面的研究。文献[6]将一种新型鲁棒自适应终端滑模控制用于机器人的跟踪,利用自适应控制器估计模型参数的不确定性和外部扰动,并且减弱滑模控制的抖振。文献[7]提出了一种自适应模糊滑模控制器,将其应用于机器人的位置跟踪。文献[8]设计了一种积分次最优二阶滑模控制器,用于机器人的鲁棒运动控制。文献[9]提出了一种机器人逆系统与二阶滑模控制结合的方法,补偿了动态模型的耦合非线性,并且产生连续控制律,避免系统抖振。文献[10]采用一种改进型神经网络自适应滑模控制,提高机器人轨迹跟踪性能。文献[11]提出了一种机器人系统终端滑模重复学习混合控制方案。针对机器人工作环境改变对系统模型产生的影响问题,文献[12]提出了一种机器人多模型反演滑模控制策略。

本文提出一种新型开关切换函数,以削弱滑模控制抖振现象。首先,研究多自由度串联机器人的动力学模型。利用该新型开关切换函数,设计一种滑模控制律,并分析滑模控制系统的渐近稳定性。最后,通过两关节机器人滑模控制的仿真实验,验证关节的角位置和角速度跟踪精度,以及削弱控制量抖振的效果。

## 2 多自由度串联机器人的动力学模型

$n$ 个关节的串联机器人动力学数学模型为<sup>[13]</sup>

$$M(q)\ddot{q} + D(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) - d(t) = T, \quad (1)$$

其中:  $q$  为  $n$  个关节的角位移向量,  $\dot{q}$  和  $\ddot{q}$  分别为  $n$

个关节的角速度和加速度向量,  $M(q)$  为质量惯性矩阵,  $D(q, \dot{q})$  为离心力和哥氏力,  $G(q)$  为重力相关项, 且有  $G(q) = Lq$ ,  $d(t)$  为外加扰动力矩,  $T$  为控制力矩。

式(1)满足下列 4 个条件<sup>[13]</sup>:

1) 对于任意的  $q$  矩阵,  $M(q)$  是正定对称的。

2) 矩阵函数  $M(q)$  和  $D(q, \dot{q})$  对于任意的  $q$  和  $\dot{q}$  向量是一致有界的。

3) 矩阵函数  $\dot{M}(q) - 2D(q, \dot{q})$  对于任意的  $q$  和  $\dot{q}$  向量是斜对称的。

4) 矩阵函数  $M(q)$ ,  $D(q, \dot{q})$ ,  $G(q)$  对于数学模型的参数向量满足线性关系。

$n$  个关节串联机器人是复杂的多输入、多输出非线性耦合系统,机器人的实际模型往往难以精确建立。通过原理计算和实验相结合的方法,可以得到  $n$  个关节串联机器人的参考模型。假设  $D_0$ ,  $M_0$ ,  $L_0$ ,  $d_0$  分别为数学模型(1)中  $D$ ,  $M$ ,  $L$ ,  $d$  对应的名义量,则机器人参考模型对应的误差量分别为  $\Delta D = D - D_0$ ,  $\Delta M = M - M_0$ ,  $\Delta L = L - L_0$ ,  $\Delta d = d - d_0$ 。

## 3 滑模控制律的设计

取  $q_d$  为  $n$  个关节的角度指令向量,  $q$  为  $n$  个关节的角度位移向量,则误差向量为

$$e = q_d - q, \quad (2)$$

设计  $n$  阶滑模面函数为

$$s = \dot{e} + Ae, \quad (3)$$

其中:  $A = \text{diag}(a_1, a_2, \dots, a_n)$  ( $a_i > 0$ ), 为  $n$  阶对角矩阵。

取李雅普诺夫函数为<sup>[13]</sup>

$$V = \frac{1}{2} s^T Ms, \quad (4)$$

由数学模型的正定对称性 1) 可知:  $s^T Ms = \dot{s}^T Ms$ 。由数学模型的斜对称性 3) 可知:  $s^T \dot{M}s = 2s^T Ds$ 。故可得:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{1}{2} s^T \dot{M}s + s^T Ms = \\ &= \frac{1}{2} s^T (\dot{M} - 2D)s + s^T Ds + s^T Ms = \\ &= s^T [Ds + M(\ddot{e} + A\dot{e})] = \\ &= s^T [Ds + M(\ddot{q}_d - \ddot{q}) + MA\dot{e}] = \\ &= s^T [D(\dot{q}_d + Ae) + M(\ddot{q}_d + A\dot{e}) + Lq - T - d(t)]. \quad (5) \end{aligned}$$

为减小滑模控制量的抖振,设计一种新型开关切换函数,取代传统滑模变结构控制的符号函数。定义一种非线性函数  $\text{fal}(e, \beta, \delta)$  为<sup>[14,15]</sup>

$$\text{fal}(e, \beta, \delta) = \begin{cases} |e|^\beta \cdot \text{sign}(e), & |e| > \delta \\ \frac{e}{\delta^{1-\beta}}, & |e| \leq \delta \end{cases}, \quad (6)$$

式中:  $0 < \delta < 1$ ,  $0 < \beta < 1$ 。  $\delta$  为  $\text{fal}(e, \beta, \delta)$  中在  $e=0$  附近正负对称线性段的区间长度。通常取  $\beta = 0.5^k$ ,  $k > 0$  为整数。

该函数的特点是在原点两侧附近为连续的幂次函数, 这样可以避免在平衡点  $e=0$  附近的高频震颤现象。同时, 当自变量  $e$  的取值不同时, 函数的增益也不同。当  $|e|$  较大时, 即  $|e| > \delta$ , 增益  $|e|^\beta$  较小; 反之, 当  $|e|$  较小时, 即  $|e| \leq \delta$ , 增益  $\frac{e}{\delta^{1-\beta}}$  较大。这样, 有利于减小系统的超调量及提高系统的快速性。

令:

$$\text{fal}(\mathbf{s}) = [\text{fal}(s_1, \beta_1, \delta_1), \dots, \text{fal}(s_n, \beta_n, \delta_n)]^T, \quad (7)$$

取滑模控制律为

$$\begin{aligned} \mathbf{T} &= \mathbf{D}_0(\dot{\mathbf{q}}_d + \mathbf{A}\mathbf{e}) + \mathbf{M}_0(\ddot{\mathbf{q}}_d + \mathbf{A}\dot{\mathbf{e}}) + \\ &\mathbf{L}_0\mathbf{q} - \mathbf{d}_0 + \alpha\text{fal}(\mathbf{s}), \end{aligned} \quad (8)$$

其中: 对角阵  $\alpha = \text{diag}(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ , 且  $\alpha_i > 0$ 。

则式(5)变为

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{V}} &= \mathbf{s}^T [\Delta\mathbf{D}(\dot{\mathbf{q}}_d + \mathbf{A}\mathbf{e}) + \Delta\mathbf{M}(\ddot{\mathbf{q}}_d + \mathbf{A}\dot{\mathbf{e}}) + \Delta\mathbf{L}\mathbf{q} - \Delta\mathbf{d}] - \\ &\mathbf{s}^T \alpha \text{fal}(\mathbf{s}) = \\ &\mathbf{s}^T [\Delta\mathbf{D}(\dot{\mathbf{q}}_d + \mathbf{A}\mathbf{e}) + \Delta\mathbf{M}(\ddot{\mathbf{q}}_d + \mathbf{A}\dot{\mathbf{e}}) + \Delta\mathbf{L}\mathbf{q} - \Delta\mathbf{d}] - \\ &\alpha_1 s_1 \text{fal}(s_1, \beta_1, \delta_1) - \dots - \alpha_n s_n \text{fal}(s_n, \beta_n, \delta_n). \end{aligned}$$

由于  $\alpha_i s_i \text{fal}(s_i, \beta_i, \delta_i) \geq 0$ , 如果取:

$$\begin{aligned} \alpha_i > |\Delta\mathbf{D}| \cdot |\dot{\mathbf{q}}_d + \mathbf{A}\mathbf{e}| + |\Delta\mathbf{M}| \cdot |\ddot{\mathbf{q}}_d + \mathbf{A}\dot{\mathbf{e}}| + \\ |\Delta\mathbf{L}| \cdot |\mathbf{q}| + |\Delta\mathbf{d}| + c, \end{aligned} \quad (9)$$

其中:  $c$  为补偿因子,  $c > 0$ 。通过  $c$  适当补偿  $\alpha_i$  的值,

以适应机器人参考模型较大的建模误差。

所以

$$\dot{\mathbf{V}} < 0, \quad (10)$$

当且仅当  $\mathbf{s}=0$  时,  $\dot{\mathbf{V}}=0$ , 由李雅普诺夫第二定理, 故该滑模控制系统渐近稳定。

## 4 仿真实验

假设两自由度机器人动力学模型中的参数为

$$\begin{aligned} \mathbf{M}(\mathbf{q}) &= \begin{bmatrix} 12.26 + 7.96 + 2 \times 8.61 \cos q_2 & 7.96 + 8.61 \cos q_2 \\ 7.96 + 8.61 \cos q_2 & 7.96 \end{bmatrix} \\ \mathbf{D}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) &= \begin{bmatrix} -8.61 \dot{q}_2 \sin q_2 & -8.61(\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \sin q_2 \\ 8.61 \dot{q}_1 \sin q_2 & 0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{d}(t) &= \begin{bmatrix} 14.6g \cos q_1 + 8.61g \cos(q_1 + q_2) \\ 8.61g \cos(q_1 + q_2) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

其中:  $g$  为重力加速度, 取  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ 。

取关节 1 和关节 2 的位置指令分别为(单位为  $^\circ$ ):

$q_{1d} = \cos(2\pi t)$ ,  $q_{2d} = \sin(2\pi t)$ , 位置指令的角频率为  $2\pi \text{ rad/s}$ 。系统的初始状态变量为

$$[q_1 \ q_2 \ \dot{q}_1 \ \dot{q}_2] = [0.6 \ 0.29 \ 0.48 \ 0.48]。$$

参考模型的名义量:

$$\mathbf{M}_0 = 0.78\mathbf{M}, \quad \mathbf{D}_0 = 0.78\mathbf{D}, \quad \mathbf{d}_0 = 0.78\mathbf{d}。$$

取:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 19 & 0 \\ 0 & 19 \end{bmatrix}。$$

在式(7)中, 取  $\beta_1 = \beta_2 = 0.125$ ,  $\delta_1 = \delta_2 = 0.01$ 。

在式(9)中, 取  $c = 0.1$ 。则关节 1 和关节 2 的角位置跟踪和角位置跟踪误差分别如图 1 和图 2 所示, 关节 1

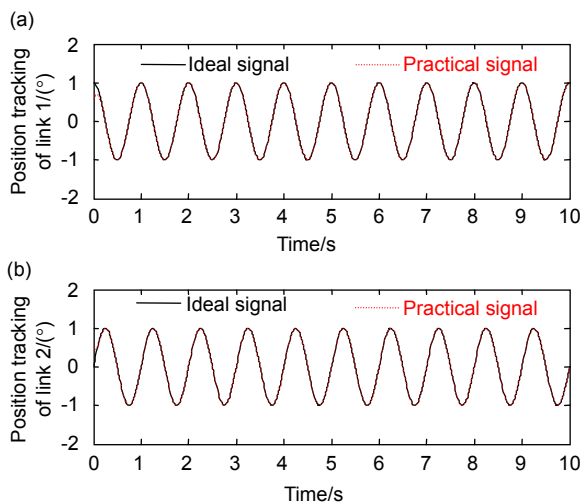


图 1 关节 1 和关节 2 的角位置跟踪。

Fig. 1 Position tracking of link 1 and link 2.

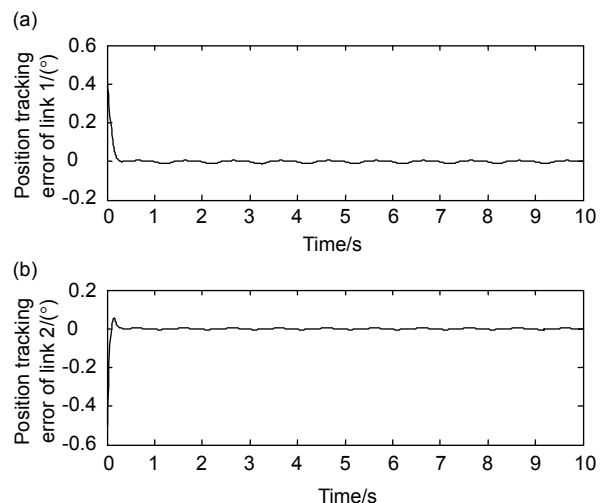


图 2 关节 1 和关节 2 的角位置跟踪误差。

Fig. 2 Position tracking error of link 1 and link 2.

和关节 2 的角速度跟踪和角速度跟踪误差分别如图 3 和图 4 所示, 关节 1 和关节 2 的控制量如图 5 所示。

由图 2 可知, 除初始阶段外, 关节 1 的最大角度跟踪误差为  $0.013^\circ$ , 关节 2 的最大角度跟踪误差为  $0.0065^\circ$ 。由图 1 和图 2 可知, 关节 1 和关节 2 的角位置跟踪精度较高, 动态响应较快。由图 3 和图 4 可知, 关节 1 和关节 2 的角速度跟踪误差较小, 动态响应较快。由图 4 可知, 除初始阶段外, 关节 1 的最大角速度跟踪误差为  $0.46^\circ/\text{s}$ , 关节 2 的最大角速度跟踪误差为  $0.45^\circ/\text{s}$ 。图 5 表明, 关节 1 和关节 2 的控制输入的高频抖振已大大削弱。

为了与采用符号函数作为开关切换函数的机器人滑模控制系统进行性能对比, 开展了对应的仿真实验。

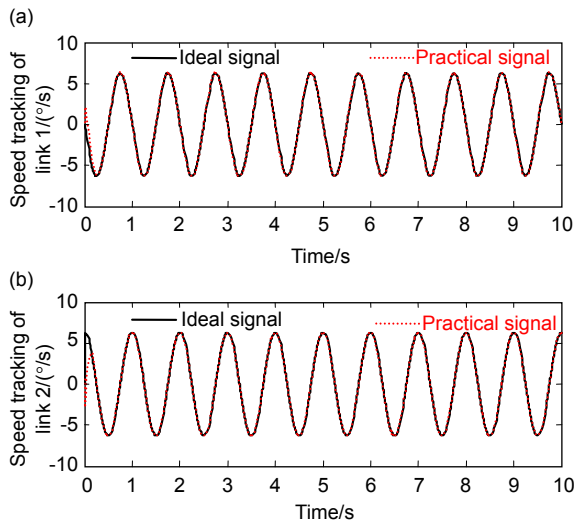


图 3 关节 1 和关节 2 的角速度跟踪。  
Fig. 3 Speed tracking of link 1 and link 2.

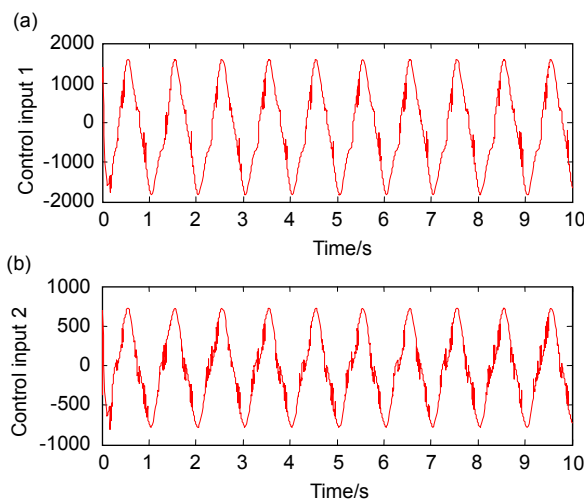


图 5 关节 1 和关节 2 的控制量。  
Fig. 5 Control input of link 1 and link 2.

在滑模控制律中, 如果采用符号函数, 可得:

$$\begin{aligned} T = & D_0(\dot{q}_d + Ae) + M_0(\ddot{q}_d + A\dot{e}) + \\ & L_0q - d_0 + \alpha \text{sign}(s). \end{aligned} \quad (11)$$

模型中的其它参数和变量与上述仿真实验完全相同, 则采用符号函数的两关节角速度跟踪误差如图 6 所示, 相应的两关节控制量如图 7 所示。

由图 6 可知, 除初始阶段外, 采用符号函数的机器人关节 1 的最大角速度跟踪误差为  $0.55^\circ/\text{s}$ , 关节 2 的最大角速度跟踪误差为  $0.9^\circ/\text{s}$ 。由于采用符号函数的机器人两个关节角速度存在高频振动, 因此, 关节 1 和关节 2 角速度跟踪误差较大。由图 7 可知, 采用符号函数的关节 1 和关节 2 控制输入存在严重的高频抖振现象。

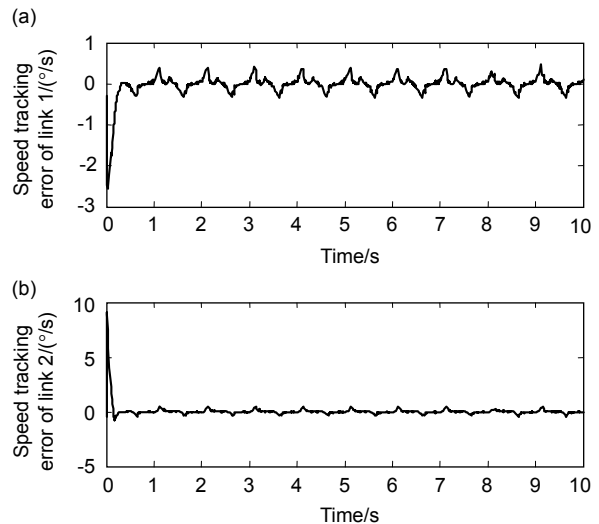


图 4 关节 1 和关节 2 的角速度跟踪误差。  
Fig. 4 Speed tracking error of link 1 and link 2.

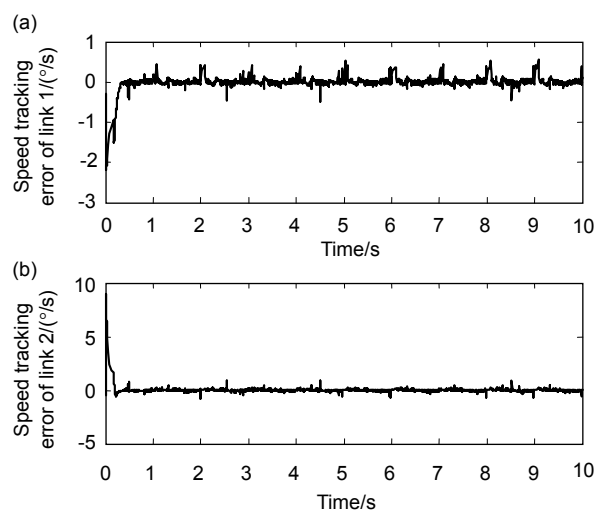


图 6 采用符号函数的两关节角速度跟踪误差。  
Fig. 6 Speed tracking error of two links with the sign function.

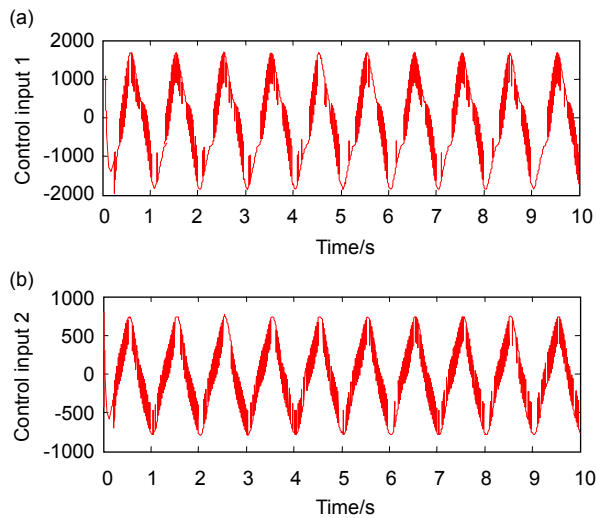


图7 采用符号函数的两关节控制量。

Fig. 7 Control input of two links with the sign function.

## 5 结论

利用新型开关切换函数,设计了一种滑模控制律,并且证明了多关节机器人滑模控制系统的渐近稳定性。构造的新型开关切换函数,可明显削弱滑模控制量的抖振,该方法具有通用性,可用于导弹制导控制等滑模控制系统。仿真实验表明,采用该新型滑模控制器的两自由度机器人关节1和关节2的角位置和角速度跟踪精度较高,并且动态响应较快。同时,与采用符号函数作为开关切换函数的机器人滑模控制系统相比,两个关节的控制输入高频抖振大大削弱,而且角速度跟踪精度较高。因此,采用该新型开关切换函数的滑模控制不乏一般性,在光电稳定平台、光电经纬仪、导弹制导、机器人、电机控制、数控机床等领域具有较高的应用价值和参考意义。

## 基金项目

国家自然科学基金资助项目(61273161);河南省高等学校重点科研项目(18A413008)。

## 参考文献

- Liu Jinkun. Sliding mode control design and MATLAB simulation: the basic theory and design method[M]. 3rd ed. Beijing: Tsinghua University Press, 2015: 2-17.  
刘金琨. 滑模变结构控制 MATLAB 仿真: 基本理论与设计方法[M]. 3版. 北京: 清华大学出版社, 2015: 2-17.
- Wang Changxu, Meng Zhong, Han Songwei, et al. Design and simulation of servo system based on Kalman filtering sliding mode control[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2010, **37**(2): 22-26.  
王长旭, 孟中, 韩松伟, 等. 基于卡尔曼滤波滑模控制的伺服系统

设计仿真[J]. *光电工程*, 2010, **37**(2): 22-26.

- Wu Zhipeng, Chen Xinglin, Liu Chuan. Sliding mode control of macro-micro system for wafer stage of lithography[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2011, **38**(9): 50-54.  
武志鹏, 陈兴林, 刘川. 光刻机工件台宏微系统的滑模变结构控制[J]. *光电工程*, 2011, **38**(9): 50-54.
- Zhou Tao. Sliding mode control of a three-axis turntable with inverse hyperbolic sine functions[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2015, **42**(6): 39-44.  
周涛. 基于反双曲正弦函数的转台伺服系统滑模控制[J]. *光电工程*, 2015, **42**(6): 39-44.
- Zhou Tao. An active disturbance rejection and sliding mode control of an opto-electronic platform servo system[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2012, **39**(9): 35-41.  
周涛. 光电平台伺服系统自抗扰滑模控制[J]. *光电工程*, 2012, **39**(9): 35-41.
- Neila M B R, Tarak D. Adaptive terminal sliding mode control for rigid robotic manipulators[J]. *International Journal of Automation and Computing*, 2011, **8**(2): 215-220.
- Soltanpour M R, Otadolajam P, Khooban M H. Robust control strategy for electrically driven robot manipulators: adaptive fuzzy sliding mode[J]. *IET Science, Measurement & Technology*, 2015, **9**(3): 322-334.
- Ferrara A, Incremona G P. Design of an integral suboptimal second-order sliding mode controller for the robust motion control of robot manipulators[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2015, **23**(6): 2316-2325.
- Capisani L M, Ferrara A, Magnani L. Design and experimental validation of a second-order sliding-mode motion controller for robot manipulators[J]. *International Journal of Control*, 2009, **82**(2): 365-377.
- Fu Tao, Wang Dazhen, Gong Qingzhong, et al. Robot trajectory tracking control of improved neural network adaptive sliding mode control[J]. *Journal of Dalian University of Technology*, 2014, **54**(5): 523-530.  
付涛, 王大镇, 弓清忠, 等. 改进神经网络自适应滑模控制的机器人轨迹跟踪控制[J]. *大连理工大学学报*, 2014, **54**(5): 523-530.
- Tian Huihui, Su Yuxin. Terminal sliding mode repetitive learning tracking control of robotic manipulators[J]. *Control and Decision*, 2014, **29**(7): 1291-1296.  
田慧慧, 苏玉鑫. 机器人系统终端滑模重复学习轨迹跟踪控制[J]. *控制与决策*, 2014, **29**(7): 1291-1296.
- Jiang Yinling, Yu Xianli. Multi-model back-stepping sliding mode control of robotic manipulators[J]. *Journal of Jilin University (Information Science Edition)*, 2014, **32**(4): 418-422.  
姜寅令, 于显利. 机器人多模型反演滑模控制策略研究[J]. *吉林大学学报(信息科学版)*, 2014, **32**(4): 418-422.
- Liu Jinkun. Sliding mode control design and MATLAB simulation: the design method of advanced control system[M]. 3rd ed. Beijing: Tsinghua University Press, 2015: 143-178.  
刘金琨. 滑模变结构控制 MATLAB 仿真: 先进控制系统设计方法[M]. 3版. 北京: 清华大学出版社, 2015: 143-178.
- Han Jingqing. Active disturbance rejection control technique: the technique for estimating and compensating the uncertainties[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2008: 202-206.  
韩京清. 自抗扰控制技术—估计补偿不确定因素的控制技术[M]. 北京: 国防工业出版社, 2008: 202-206.
- Zhou Tao. Adaptive sliding control based on a new reaching law[J]. *Control and Decision*, 2016, **31**(7): 1135-1138.  
周涛. 基于一种新型趋近律的自适应滑模控制[J]. *控制与决策*, 2016, **31**(7): 1135-1138.