



用于声波调控的五模式超材料

王兆宏*, 蔡成欣, 楚杨阳, 刘广顺

西安交通大学电子科学与技术系物理电子与器件教育部重点实验室, 西安 710049

摘要: 五模式超材料由于具有各向异性的弹性模量, 在声波调控和声隐身方面有重要的潜在应用, 因此受到了国内外的广泛关注。本文从五模式超材料的基本概念出发, 对布拉格散射型五模式超材料的声学性质、弹性及力学性质的研究进展进行详细介绍, 进一步介绍了我们所研究的局域共振型五模式超材料的声学 and 弹性性质, 并对五模式超材料的数值计算方法、加工制备和测试技术进行详细介绍。另外还对五模式超材料的目前尚未解决的科学及工程问题进行讨论。受到结构调控的局域共振型五模式超材料兼具各向异性弹性模量和局域共振型声子晶体低频完全声子禁带的特性, 为低频声波减振降噪及低频声隐身带来新的设计思路。

关键词: 声波调控; 五模式超材料; 布拉格散射; 局域共振

中图分类号: TB33

文献标志码: A

Pentamode metamaterials for acoustic wave control

Zhaohong Wang*, Chengxin Cai, Yangyang Chu and Guangshun Liu

Key Laboratory for Physical Electronics and Devices of the Ministry of Education & Department of Electronic Science and Technology, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China

Abstract: Pentamode Metamaterials (PMs) with anisotropic elastic tensor have potential applications for acoustic cloaking, so it is attracted a lot of research interest. In the review, pentamode materials and their recent progress are introduced. It includes the concept of PMs, the acoustic and elastic properties of Bragg scattering PMs and Local resonant type of PMs. The fabrications and measurement methods are also introduced. PMs perturbed structures have advantages of anisotropic elastic tensor and 3D complete acoustic bandgap, therefore they provide a way for low-frequency acoustic cloaking.

Keywords: acoustic wave control; pentamode metamaterials; Bragg scattering; local resonance

DOI: 10.3969/j.issn.1003-501X.2017.01.003

Citation: *Opto-Elec Eng*, 2017, **44**(1): 34–48

1 引言

超材料(Metamaterial)是一类新型的人工合成材料, 通常由周期性或者非周期性的人工微结构排列而成, 具备天然材料所不具备的奇特物理性质。五模式超材料作为一种新型超材料, 由 Milton 和 Cherkov 于 1995 年首次提出^[1], 满足弹性刚度矩阵的 6 个特征值有 5 个为零, 静态情况下只能承载压缩形变, 具有

“流体”的性质。2008 年 Norris 理论分析了五模式超材料用于声学隐身衣的可行性^[2]。自此, 五模式超材料引起了研究人员的广泛关注。由于五模式超材料具有各向异性弹性性质, 可用于实现力学隐身斗篷、超透镜、超表面等^[2-6]。

近年来, 五模式超材料(Pentamode Metamaterials, PMs)主要被德国卡尔斯鲁厄理工学院 Kadic 课题组所报道^[6-13]。他们于 2012 年首次制作出五模式超材料实物, 之后进行了弹性性质和声学性质研究, 并于 2014 年制作出力学隐身衣^[13]。“五模式”不局限于特指双锥

收稿日期: 2016-10-04; 收到修改稿日期: 2016-12-24

*E-mail: zhwang@mail.xjtu.edu.cn

体排布在金刚石晶体格子上的周期阵列结构, 2014 年希腊佩特雷大学的 Aravations-Zafiris^[14]发现三维层状立柱结构(Layer-by-layer rod structure)也表现出一定频带范围的五模特性。

2014 年, 我国武汉第二船舶研究所试制了五模式层状圆环形声斗篷^[15], 之后又研究了五模结构层数和厚度对隐身衣性能的影响, 并分析了二维五模式超材料的机械和声学性质^[16-17]。2015 年北京理工大学进行了二维五模式声斗篷的理论分析^[18], 并综述了五模式超材料用于声学调控的发展现状^[19]。西安交通大学发现五模式超材料不仅具有压缩波传输而剪切波抑制的单模传输频率区域, 而且还拥有所有声波均被禁止的三维完全声子禁带频率区域^[20-22], 这就进一步拓宽了五模式超材料的应用领域。

目前的声隐身衣主要分为惯性声隐身衣^[23]和五模式声隐身衣^[2]两种。惯性声隐身衣具有各向异性的体密度与各向同性的弹性模量, 利用声学变换原理, 由于极点的存在, 需要体密度的突变, 因此很难实现实用化的三维结构惯性隐身衣^[23]。五模式声隐身衣具有各向同性的体密度和各向异性的弹性模量, 无论是理论上还是实际应用方面, 都能够实现宽频、全角度、重量轻的五模式声隐身衣^[2-3]。

然而, 目前所研究的用于声隐身的五模式超材料都是基于布拉格散射原理实现, 对于结构周期单元尺寸为厘米量级的五模式超材料其工作频率通常在千赫兹及以上^[6-22]。而随着低频(~100 Hz)探测的普及, 必须要借鉴局域共振声子晶体的工作原理^[24], 设计能利用小尺寸结构来实现低频隐身的局域共振型五模式超材料。如果五模式超材料不仅具有各向异性的弹性模量, 还具有局域共振型声子晶体的声子带隙特性, 那就意味着利用五模式超材料实现的声隐身不仅在单模频率区间(压缩波传输, 剪切波抑制)具有良好的“流体”性质而使声散射几乎为零实现隐身功能, 还能够声子禁带频段范围内将被隐身物体发出的噪声禁锢在隐身衣内部而降低声目标强度。

本文从五模式超材料的基本概念出发, 简要介绍了声学变换基本原理, 全面介绍目前已经广泛研究的 Bragg 散射型五模式超材料的声学性质和弹性力学性质, 然后介绍我们提出的局域共振型五模式超材料, 并综述了数值计算方法, 介绍了材料制备工艺和测试方法。最后对五模式超材料的研究发展现状进行了总结和展望。

2 五模式超材料基本概念

对于一般的弹性介质, 其弹性性质由一个四阶弹性张量 C 描述, 由于四阶张量 C_{ijkl} 中的 $ij = ji$ 和 $kl = lk$ ($i, j, k, l = 1, 2, 3$), C_{ijkl} 可写成一个 6×6 的矩阵。也就是说, 一般情况下弹性材料的 6 阶弹性矩阵有 6 个不为零的特征值, 以及相对应的特征向量, 每个特征向量对应于一种变形模式。如果某一个特征值退化为零, 则称其对应的变形模式为易变形模式。每种易变形模式都对应于一个特殊的应变状态, 这一应变状态不会引起应力。因此, 即使在没有外载荷作用的情况下, 弹性体也能按照这一应变持续地变形, 如同流体流动一样, “易变形模式”即由此变形特征而命名。

五模式的概念就基于此, 由 Milton 和 Cherkaev 在 1995 年提出^[1], 他们将材料弹性刚度矩阵 6 个特征值中的 5 个约束为 0, 从而解除了形变和剪切形变之间的耦合。根据泊松比 ν 的表达式 $\nu = \frac{3-2(G/B)}{2(G/B)+6}$, 严格意义上讲, 对于理想的五模式超材料: $G = 0$ 或者 $B/G = \infty \Leftrightarrow \nu = 0.5$ 。

Milton 和 Cherkaev 所提出的五模式超材料的结构如图 1 所示, 由 16 个双锥单元组成了一个周期单元长度为 a 的金刚石型面心立方结构, 双锥单元的长度 $h = \sqrt{3}a/4$ 。从任意方向推动该超结构, 双锥单元会有一定程度的压缩, 因此 B 是有限值; 要想获得理想的泊松比等于 0.5 就需要 $G=0$, 此时对应的双锥单元之间为点接触。虽然获得了理想的流体性质, 但是点接触带来的不稳定性会在受到应力作用时而崩塌, 不具有实用性。直到 2008 年 Norris 从理论上分析了五模式超材料用作声隐身斗篷的可行性, 2012 年 Kadic 提出并首次制作了带有一定结构稳定性的五模式超材料, 自此五模式超材料及其用作声隐身被广泛关注。

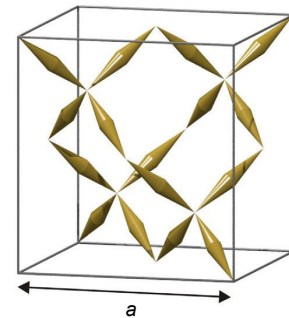


图 1 Milton 和 Cherkaev 于 1995 年提出的五模式超材料的结构示意图^[1]。

3 声学变换基本原理

2006年, Pendry 等人^[25]首次在理论上证明了建立空间非线性坐标变换和材料属性之间的联系的可能性, 这个理论称为变换介质理论, 也称为“变换光学”, 它是基于麦克斯韦方程组在伽利略变换下的坐标协变性得到的。变换介质理论有点类似于爱因斯坦的广义相对论, 只是广义相对论把质量和空间进行等效, 在此把电容率、磁导率张量和空间进行等效。如果光在某一个想象的空间中按照我们所设计的路线传播, 利用这种等效关系, 我们就可以设计一种“变换介质”, 使得光在它里面的传播路线和在假想空间里的传播一样, 这就达到了对光传播的自由控制。因此, 理想隐身的含义在于: 当任意波经过一个系统(比如圆柱体、球体等)后, 波的传播状态保持不变, 就像该系统不存在于传播路径上一样。声学与电磁学两者具有相似性: 电磁波一般都满足矢量亥姆霍兹方程, 在许多特殊情况下可化为标量亥姆霍兹方程。理想流体中的声波方程满足标量亥姆霍兹方程。固体中的声波满足张量波动方程, 在许多情况下可化为与标量亥姆霍兹方程相似的方程。

Cummer 和 Schurig^[26]通过对比二维的声波方程和二维的电磁波方程, 给出了二维情况下变量的一一对应关系

$$[p, v_r, v_\phi, \rho_r, \rho_\phi, \lambda^{-1}] \leftrightarrow [-E_z, H_\phi, -H_r, \mu_\phi, \mu_r, \epsilon_z]. \quad (1)$$

变换声学是基于坐标变换下声波方程的不变性提出的。首先从麦克斯韦方程式不变性的推论—传导方程不变性入手, 假设满足传导方程的势函数为 $V(x)$

$$\nabla \cdot [\sigma(x) \nabla V(x)] = f(x), \quad (2)$$

$\sigma(x)$ 为传导率张量场, $f(x)$ 为源项。对式(2)进行坐标变换, 原空间内的每一个点 x 对应到新空间 $x'(x)$, 则 $V[x'(x)] = V(x)$ 。这时新空间内的传导方程为

$$\nabla' \cdot [\sigma'(x') \nabla' V'(x')] = f'(x'), \quad (3)$$

其中:

$$\sigma'(x') = \frac{\mathbf{A} \sigma(x) \mathbf{A}^T}{\det \mathbf{A}}, \quad (4)$$

$$f'(x') = \frac{f(x)}{\det \mathbf{A}}, \quad (5)$$

其中: \mathbf{A} 为雅克比变换矩阵, 矩阵单元为 $A_{ki} = \partial x'_k / \partial x_i$ 。

这时, 时谐形式下的声波方程为

$$\nabla \cdot [\bar{\rho}(x)^{-1} \nabla p(x)] = -\frac{\omega^2}{k(x)} p(x), \quad (6)$$

其中: $\bar{\rho}(x)$ 为质量密度张量分布, $k(x)$ 为体积弹性模量分布, $p(x)$ 为压力分布, ω 为角频率。利用变量对

应关系^[26]

$$[V(x), \sigma(x), f(x)] \Leftrightarrow [p(x), \bar{\rho}(x)^{-1}, -\frac{\omega^2}{k(x)} p(x)]. \quad (7)$$

在坐标变换下, 声学方程与传导方程都具有同样的对称不变性。

具体来说, 我们可以将坐标变换应用到式(6)中, 那么原空间内的每一点 x , 变换到另一个空间内就对应为 $x'(x)$, 这时 $p[x'(x)]$ 。新空间内的声学方程就变为

$$\nabla' \cdot [\bar{\rho}'(x')^{-1} \nabla' p'(x')] = -\frac{\omega^2}{k'(x')} p'(x'), \quad (8)$$

其中

$$\bar{\rho}'(x')^{-1} = \frac{\mathbf{A} [\bar{\rho}(x)^{-1}] \mathbf{A}^T}{\det \mathbf{A}}, \quad (9)$$

$$k'(x') = \det \mathbf{A} \times k(x). \quad (10)$$

值得注意的是, $\bar{\rho}'(x')^{-1}$ 或 $\bar{\rho}(x)^{-1}$ 都是张量, 这就意味着材料是横向各向同性的。式(9)和式(10)建立起声学材料和相应空间变换的等效原理。这种能够在虚拟空间以这样的方式控制声波传播的等效声学材料被称为“声学变换介质”。

按照坐标变换方法, 通过把真实坐标空间变换至虚拟空间, 材料的密度和体积模量中至少有一个量具有强烈各向异性并随空间位置快速变化, 因此, 通过优化五模式超材料的各层几何结构、材料参数分布等, 较少层数的五模材料也可以实现良好的宽频隐身效果, 这一点体现了各向异性五模材料在声波调控方面的明显优势。

4 布拉格散射型五模式超材料

4.1 声学性质

2012年 Kadic 等人利用有限元商用软件 COMSOL 计算了五模式超材料的声子能带结构, 其中图 2(a)、2(b)和 2(c)分别为结构示意图、简约布里渊区和声子能带图。所采用的结构参数为 $a=37.3 \mu\text{m}$, $h = \sqrt{3}a/4 \approx 16.15 \mu\text{m}$, $D=3 \mu\text{m}$, $d < D \ll a$; 材料为聚合物, 其杨氏模量 $E=3 \text{ GPa}$, 泊松比 $\nu=0.4$, 质量密度 $\rho=1190 \text{ kg/m}^3$ 。能带图一共包含 21 条能带曲线, 横坐标轴代表倒空间中不可约布里渊区的不同波矢方向, 横轴上为 6 个高对称点。左边纵坐标轴 a/λ 表示归一化频率, λ 为空气中的声波波长, 空气中声速取为 343 m/s , 右边纵坐标轴代表频率。其中灰色阴影部分代表压缩波单模传输区域, 两条斜率分别代表能带图单模区域中压缩波对应的能带曲线斜率即压缩波相速度 c_B 和单模区域下边界处剪切波对应的能带曲线

的斜率(剪切波相速度 c_s)。图 2 中 $0.08 < a/\lambda < 0.37$ 范围内, 仅有一条较陡峭的能带曲线存在, 即为压缩波模式, 其色散关系几乎表现为一条直线, 也就是说在低频限制下 $a/\lambda \ll 1$ 时, 仅有对应压缩波的单一模式传输且非常接近各向同性, 对剪切波来说则是禁带, 此时的单模区域是不完全带隙即只有压缩波传输而剪切波被抑制, 这就意味着五模式超材料在这个灰色阴影区的频率范围内可被看做是理想的各向同性流体。

当在五模式超材料中引入几何结构微扰时, 会引起体积模量(B)、剪切模量(G)、等效质量密度、能带结构和压缩波及剪切波传输的变化^[8-11]。

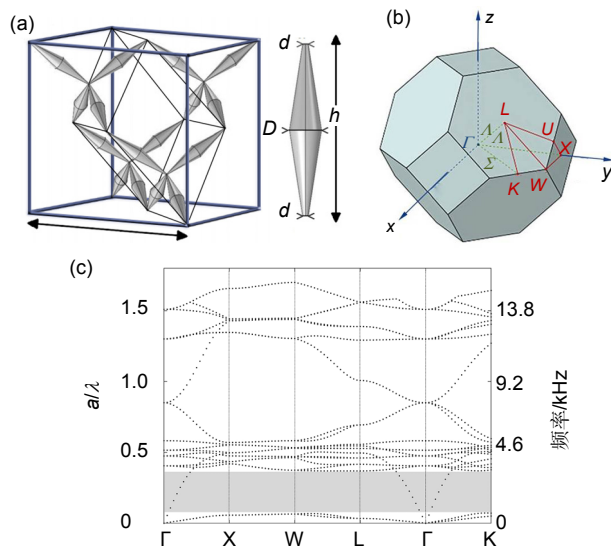


图 2 双锥全同型五模式超材料晶胞结构及其声子能带图^[21]. (a) 双锥全同型五模式超材料晶胞结构. (b) 简约布里渊区. (c) 声子能带图.

4.1.1 结构微扰的影响

2015年西安交通大学^[21]首次报道了带有不同窄直径 d 的非对称双锥构建的五模式超材料结构, 该结构不仅有单模传输频率区域, 还具有三维(3D)完全声子带隙。图 3(a)、3(b)所示分别为带有不同窄直径的非对称型五模结构示意图和相应的能带结构(其他结构及材料参数与上述相同)。其中的灰色区域为压缩波传输剪切波抑制的单模传输区域, 黑色区域为两个完全的 3D 完全声子禁带区。在单模传输频率范围内, 只有压缩波传输而剪切波被抑制, 在这种情况下压缩波与剪切波解耦合, 五模式超材料呈现为流体的性质, 处于这一频率范围内的声波投射到水-五模式超材料界面时, 声波几乎无散射, 因此实现了隐身功能。在三维完全声子带隙对应的频率范围内, 所有声波模式

均无法传输, 这也就意味着被隐身物体内部声源发出的落在声子带隙频率范围内的声波均被禁锢在五模式超材料结构内部, 避免了内部声源向外传播。兼具了国际上已经报道的五模式超材料弹性模量各向异性和声子晶体声子禁带二者的特点。

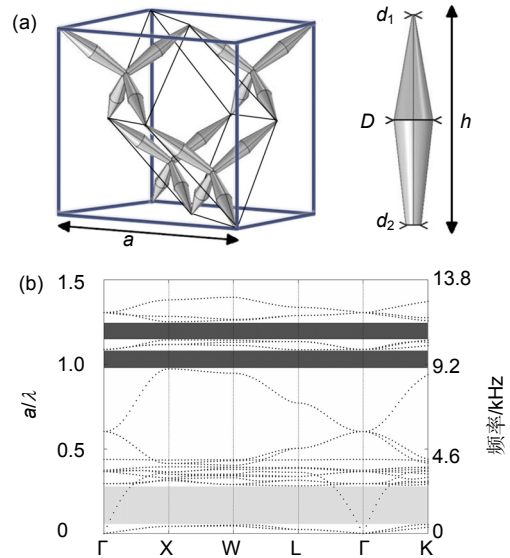


图 3 双锥窄直径不同型五模式超材料结构以及当非对称度为 0.4 时的能带图^[21]. (a) 双锥窄直径不同型五模式超材料结构示意图. (b) $m=d_2/d_1=0.4$ 时在空气中的能带图.

由于频率越低的声波, 传播的越远, 对其隐身或减振降噪也就更为重要。以潜艇或者其他水下军事设备为例, 敌方低频声信号的探测对其极具威胁性, 而且很多常规的吸声材料在低频时效果较差。因此, 在较宽禁带频率范围内实现对低频声波的阻隔和减震降噪等就显得尤其重要。这就要求所设计的五模式超材料不仅具有带隙, 还需考虑如何使带隙位置向低频移动, 较轻的重量, 较好的稳定性以及抵抗海水冲击力。鉴于双锥窄直径非对称型五模式超材料的带隙频率位置较高, 以及较小的 d 带来的稳定性下降, 需要从其他方面调控带隙和解决稳定性问题。改变双锥宽直径 D 的大小, 可以降低原有双锥全同型五模式超材料的对称性, 移除能带在布里渊区某高对称点处的简并, 进而可能产生带隙。另外, D 的改变能在很大程度上调控五模式超材料的体积填充率和重量而几乎不会降低其结构稳定性。双锥宽直径 D 不全同的五模式超材料结构, 如图 4 所示, 每个原胞可以看作由四个图 4(b) 中所示结构组合而成。图 4(b) 中的四个双锥体连接处窄直径均为 d 。

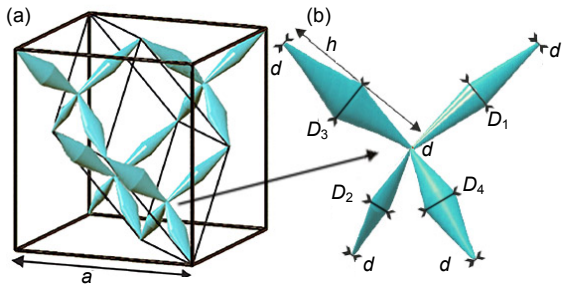


图4 双锥宽直径不全同型五模式超材料的结构示意图^[22]. (a) 金刚石面心立方晶胞结构. (b) 原胞结构.

由于每个双锥在晶格中的相对位置不同,因此当 D_1 、 D_2 、 D_3 和 D_4 中的任意一个单一变化或多个同时变化时,便构成了不同结构的五模式超材料。四个不同双锥宽直径值可以组成若干种组合方式,在此我们仅分析一个单一的宽直径不同于其他三个宽直径的情况,即可分为如下4种组合:

- 1) 当 D_1 单独变化时, $D_2 = D_3 = D_4 = D_0$, 定义

$$n = D_{10} = \frac{D_1}{D_0}, \quad (11)$$

- 2) 当 D_2 单独变化时, $D_1 = D_3 = D_4 = D_0$, 定义

$$n = D_{20} = \frac{D_2}{D_0}, \quad (12)$$

- 3) 当 D_3 单独变化时, $D_1 = D_2 = D_4 = D_0$, 定义

$$n = D_{30} = \frac{D_3}{D_0}, \quad (13)$$

- 4) 当 D_4 单独变化时, $D_1 = D_2 = D_3 = D_0$, 定义

$$n = D_{40} = \frac{D_4}{D_0}. \quad (14)$$

利用有限元方法,采用 F-B 周期性边界条件,计算上述四种情况下五模式超材料的声子能带。其中,每个数值计算结果中均包含 21 条能带。数值计算中采用的双锥单元的窄直径 $d=0.55$ mm,恒定宽直径 $D_0=3$ mm, $a=37.3$ mm;所用的材料为聚合物,其体密度为 $\rho=1190$ kg/m³,杨氏模量为 3 GPa,泊松比为 0.4。图 5 给出了单一宽直径变化情况下的 $D_{i0}(i=1,2,3,4)=0.4$ 时的声子能带图。横坐标轴表示在倒空间中第一布里渊区的不同波矢方向,左边纵坐标轴 $D_1=0.4D_0$ 表示归一化频率, $D_1=0.4D_0$ 为海水中的声波波长,这里海水中的声速取为 1500 m/s,右边纵坐标轴代表频率。从图 5 可看出,上述 4 种情况下的声子能带图均具有相同的单模区域(浅灰色阴影区域),但几种情况下的声子能带结构却彼此不同。产生这种差异的原因可能是^[25, 28]: 由于每次单独变化的 $D_i=0.4D_0$ 的空间位置是不相同的,这就使得原有的五模式超材料结构产生了空间各向异性和空间不均匀性,从而导致了原有的压缩波和剪切波的传输模式发生了改变,使得某些频率的声波在周期结构中并没有对应的振动模式,即不能传播,进而产生不同的声子能带结构和弹性波带隙。从图 5(b)和 5(d)中可以明显看出,宽直径不全同型五模式超材料也产生了 3D 完全声子带隙(黑色阴影区域),落在这一频率区域内的所有声波都被禁止传播。其中,当 $D_1=0.4D_0$ 单独变化时(图 5(b)),第一条 3D 完全声子带隙的频率上界(f_h)和频率下界(f_l)分别为

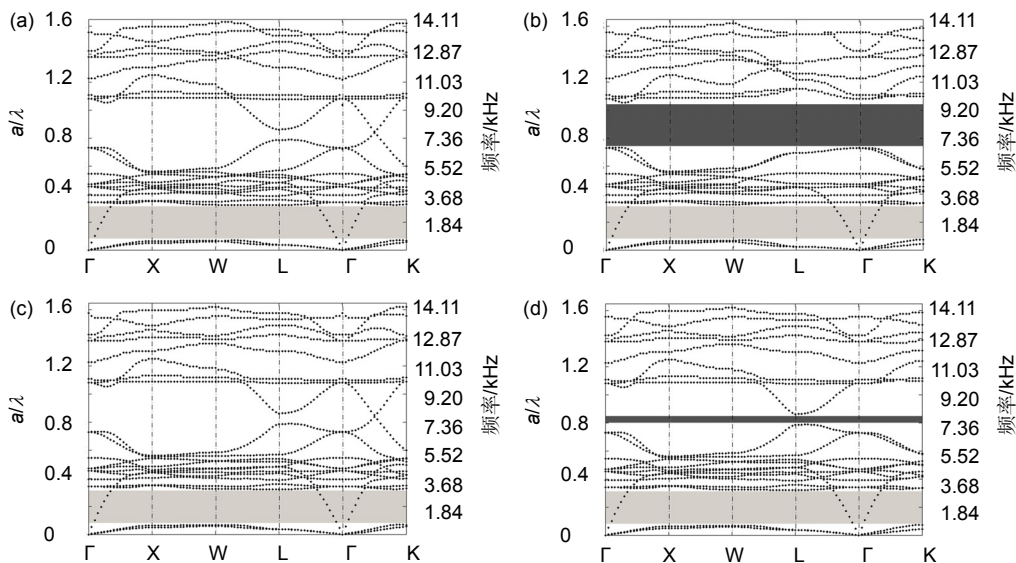


图5 双锥宽直径不全同型五模超材料在海水中的声子能带图^[22].

(a) $D_1=0.4D_0$. (b) $D_2=0.4D_0$. (c) $D_3=0.4D_0$. (d) $D_4=0.4D_0$.

9.7 kHz 和 6.74 kHz, 与其他三种情况(图 5(a)、图 5(c) 与图 5(d))相比, 其绝对带宽 ($A_{BW} = f_h - f_l$) 明显较宽。

图 6 所示为双锥不同窄直径的聚合物五模式超材料在海水中的 3D 完全声子带隙的声子能带图(数值仿真采用的结构参数为 $d_2/d_1=0.4$, $d_1=0.55$ mm, 宽直径均为 $D_0=3$ mm, 其他参数均与图 5 计算参数相同), 黑色阴影区代表 3D 完全带隙, 浅灰色区域为压缩波单模传输区域。图 6 所示的双锥窄直径不同型五模式超材料的第一条 3D 完全声子带隙的频率上界(f_h)和频率下界(f_l)分别约为 9.98 kHz 和 8.94 kHz, 绝对带宽为 1.04 kHz, 相对带宽($R_{BW} = A_{BW} / [(f_h + f_l) / 2]$)为 0.11。双锥窄直径不同型五模式超材料虽然拥有两个 3D 完全声子带隙, 但其带宽都较窄, 而且带隙频率较高。而图 5(b)所示的双锥宽直径不全同型五模式超材料的完全禁带的频率上下界分别为 9.7 kHz 和 6.74 kHz, 绝对带宽为 2.96 kHz, 相对带宽为 0.36。即在 $m = d_2 / d_1$ 和 $n = D_2 / D_0$ 均为 0.4 的情况下, 双锥宽直径不全同型比双锥窄直径不同型五模式超材料的禁带频率下界的位置下移了 24.6%, 相对带宽扩大了 3.27 倍, 这为利用五模式超材料实现 3D 完全声子带隙的降频和宽带调控提供了一种可能。

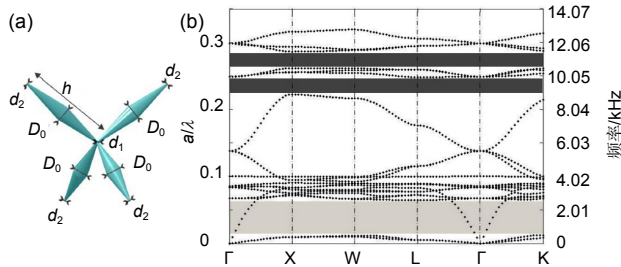


图 6 双锥窄直径不同型五模式超材料在海水中的声子能带. (a) $d_2/d_1=0.4$ 时窄直径不同型五模式超材料的单元结构. (b) 在海水中的声子能带.

进一步降低结构对称性, 研究了带有不同宽直径 $D_i (i=1, 2, 3, 4)$ 和不同窄直径 $d_j (j=1, 2)$ 的结合结构^[21], 如图 7 所示。考虑到 D_2 变化情况下的禁带带宽较宽, 为简便分析仅研究 D_2 不同于其他宽直径的情况, 即 $D_1 = D_3 = D_4 = D_0$, 分别定义 d_2/d_1 和 D_2/D_1 :

$$D_2 / D_1 = n, \quad d_2 / d_1 = m,$$

将出现四种组合类型

$$\begin{cases} n=1, m=1 & \text{类型1} \\ n=1, m \neq 1 & \text{类型2} \\ n \neq 1, m=1 & \text{类型3} \\ n \neq 1, m \neq 1 & \text{类型4} \end{cases}$$

获得的第一声子禁带低频下边界如图 8(a)所示。当 m 从 0.2 逐渐增加至 0.6(类型 2)时, 第一声子禁带低频下边界从 6.1 kHz 变化到 10.6 kHz, n 从 0.2 逐渐增加至 0.9(类型 3)时, 声子禁带低频下边界从 6.56 kHz 增加至 7.68 kHz, m 和 n 从 0.2 逐渐增加到 0.9(类型 4)时, 声子禁带低频下边界从 3.72 kHz 增加到 7.58 kHz。因此通过窄直径和宽直径的微调组合能够将声子禁带低频下边界完全涵盖 3.72~10.6 kHz 的频率范围。图 8(b)给出了这几种类型的相对带宽($R_{BW} = A_{BW} / [(f_h + f_l) / 2]$)。这就意味着, 我们可以根据减振降噪和隐身所需要的频率范围需要进行相应的五模式超材料的结构设计。

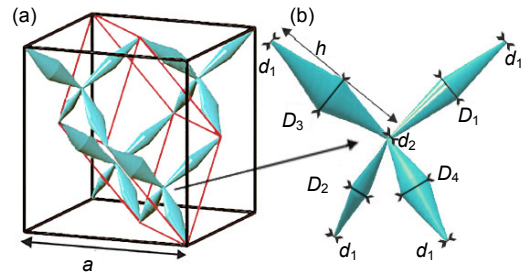


图 7 (a) 不同双锥窄直径和宽直径的五模式超材料结构图^[20]. (b) 原胞结构图^[20].

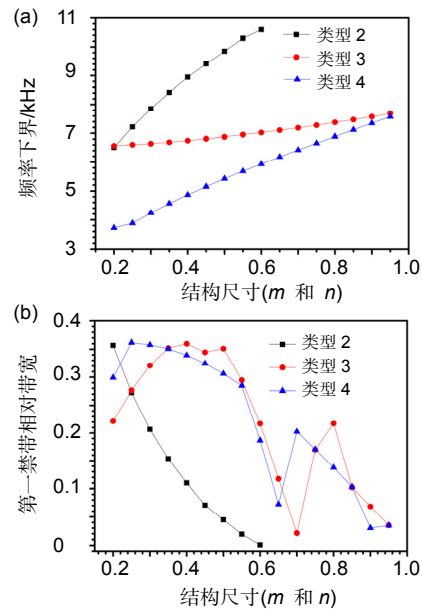


图 8 图 7 结构对应的第一声子禁带的低频下边界和第一声子禁带的相对带宽^[20]. (a) 第一声子禁带的低频下边界. (b) 第一声子禁带的相对带宽^[20].

4.1.2 材料参数的影响

已有的工作都只报道了聚合物材料的研究, 考虑到不同应用场合及材料选择的要求等, 研究不同材料

构建的五模式超材料也是非常重要的。表1至表3分别展示了材料的体密度、杨氏模量和泊松比对五模式超材料的3D完全声子带隙的影响,其中 f_l 、 f_h 、 A_{BW} 、 R_{BW} 、 f_{max} 、 c_B/c_G 分别代表完全第一声子禁带的低频下界、高频上界、相对带宽、绝对带宽、所计算的第21条能带的高频率值、相速度比。五模式超材料的结构参数仍为 $a=37.3\text{ mm}$, $d_1=0.55\text{ mm}$, $D_0=3\text{ mm}$, 并取 $D_2/D_1=0.4$ 和 $d_2/d_1=1$ 。可以看出,组成材料的参数变化不会影响完全声子带隙的有无,三维完全声子禁带的存在与否主要是由其几何结构所决定的。由声子晶体带隙产生的机理来说,不论是布拉格散射机理还是局域共振型,强调基体、散射体的几何结构对波的影响,也是强调几何结构可以决定带隙的有无(布拉格散射机理更强调结构的周期性)^[27]。

从表1可以看出,随着材料体密度的增加,带隙的频率上边界、频率下边界和第21条能带的最高频率值(f_{max})均随之下降,这是由于散射体密度增大,共振频率向低频移动导致的。绝对带宽随之减小,但相对带隙宽度变化不大。从表2可以看出,随着杨氏模量的增加, f_l 、 f_h 、 f_{max} 都向上偏移,绝对带宽增加,相对带隙宽度变化微弱。从表3可以看出,泊松比对带隙的边界位置和带宽影响很微弱。

表1 材料体密度与五模式超材料声学参数的关系

密度 / $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$	f_l /kHz	f_h /kHz	A_{BW} /kHz	R_{BW}	f_{max} /kHz	c_B/c_G
1000	7.35	10.6	3.25	0.362	16.3	15.365
1190	6.74	9.7	2.96	0.36	14.9	15.359
1290	6.48	9.32	2.84	0.359	14.3	15.346
1390	6.24	8.98	2.74	0.36	13.8	15.36
1590	5.83	8.39	2.56	0.36	12.9	15.34
1990	5.21	7.5	2.29	0.361	11.5	15.349
2190	4.97	7.15	2.18	0.36	11	15.35
3500	3.93	5.66	1.73	0.361	8.7	15.37

表2 杨氏模量与五模式超材料声学参数的关系

杨氏模量 /GPa	f_l /kHz	f_h /kHz	A_{BW} /kHz	R_{BW}	f_{max} /kHz	c_B/c_G
3	6.74	9.7	2.96	0.36	14.1	15.359
6	9.53	13.7	4.17	0.359	20.0	15.357
10	12.3	17.7	5.4	0.36	25.8	15.36
20	17.4	25.1	7.7	0.363	38.5	15.41
30	21.3	30.7	9.4	0.362	44.7	15.365
40	24.6	35.4	10.8	0.36	51.7	15.357
50	27.5	39.6	12.1	0.361	57.7	15.36
60	30.1	43.4	13.3	0.362	63.3	15.40

表3 泊松比与五模式超材料声学参数的关系

泊松比	f_l /kHz	f_h /kHz	A_{BW} /kHz	R_{BW}	f_{max} /kHz	c_B/c_G
0.1	6.7	9.7	3.0	0.366	15.2	15.42
0.2	6.71	9.7	2.99	0.364	15.2	15.40
0.3	6.72	9.7	2.98	0.363	15.0	15.41
0.4	6.74	9.7	2.96	0.360	14.9	15.36
0.46	6.76	9.71	2.95	0.358	14.9	15.32

4.1.3 二维五模式超材料的声场分布

研究五模式超材料的隐身能力,研究其声场分布是非常重要的。然而,对于三维五模式超材料,由于其特殊结构和极低的填充率,在数值计算过程中由于网格划分所带来的计算工作量过大。因此,基于五模式超材料的声场数值模拟目前主要以二维为主。图9是武汉第二船舶研究所报道的二维五模式超材料的几种结构类型和对其对应的位移场分布^[18]。从位移场分布可以看出,经过合理的结构设计的二维五模式超材料,在15 kHz的声波频率能够实现隐身功能。但是考虑到后续的实用性,还是有必要解决可用于实际的三维五模式超材料的声场分布的分析计算和测试。

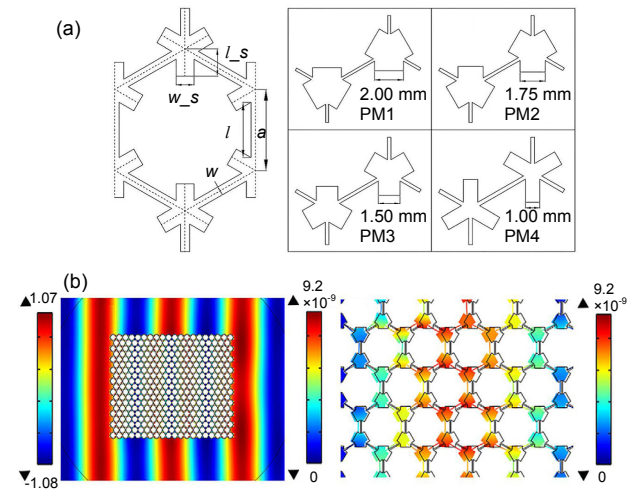


图9 二维五模式超材料的声场分布^[17]. (a) 二维五模式超材料结构示意图. (b) 15 kHz时的位移场分布.

4.2 弹性及力学特性

通常,定义五模式超材料的品质因数($FOM=B/G$),其品质因数越大,意味着体积模量比剪切模量大的越多,五模式超材料的流体性质也就越好。正是由于五模式超材料具有与水一样很难被压缩但容易被剪切的流体性质,在水下作为隐身衣时具有其壳体和被隐身物体同样不可见的独特优势(远场观测五模式超材料与水的特点基本相同)。

Milton 提出的五模式超材料由于点接触带来的不稳定性而无法实用化，2012 年德国卡尔斯鲁厄理工学院的 Kadic Muamer 课题组^[7]将接触点替换为有限的接触直径(如图 10 所示)，并利用激光直写技术(Direct-laser-writing)首次加工制备了微结构在微米级别的聚合物基三维五模材料，其填充率仅为 1.5%，重量 2.7 ng。其压缩模量和剪切模量与各双锥单元之间的小接触直径 d 的关系曲线如图 11 所示。根据图 11 可以看出，当 $d=0.55 \mu\text{m}$ (即 $d/a=1.47\%$)时 $FOM>10^3$ ，当 $d=0.1 \mu\text{m}$ (即 $d/a=0.27\%$)时 $FOM>10^4$ ，这就意味着三维五模式超材料的小接触锥的接触直径 d 越小，品质因数越大，但其对应的结构稳定性就会变差。

2013 年，Kardic 课题组^[17]利用 3D 打印技术制作了宏观尺寸不同双锥单元结构(圆柱、圆台)五模式超材料，并进行了弹性性能测试，测试的周期单元长度 $a=15 \text{ mm}$ ， $D=1.32 \text{ mm}$ ， $d=0.71 \text{ mm}$ 的 $2 \times 2 \times 4$ 五模式超材料结构的剪切模量 $G=23 \text{ kPa}$ ，杨氏模量 $E=114 \text{ kPa}$ 。从实验上验证了在具有一定结构稳定性的情况下能够达到 $B/G=1000$ ，实验测试结果如图 12 所示，图 12 中的灰色为理论计算结果，彩色为剪切模量(圆形)和杨氏模量(倒三角)的实验测试结果，可以看出实验

测试与理论计算结果吻合较好。测试剪切模量和杨氏模量实验装置的照片如图 13 所示。不同结构参数 d 和 D 情况下的压缩波与剪切波之间的相速度比 c_B/c_G 、压缩波相速度(c_B)、体积填充率之间的关系如图 14 所示。我们可以看出，随着 d 的增加，品质因数下降。

Kadic 等人基于静态连续介质力学对该五模式结构做了广泛的数值计算，结果表明其等效剪切模量不是完全各向同性的，并得出一个经验公式^[8]，对于 $d < D \ll a$ 的情况下，

$$FOM = \frac{B}{G} \approx 0.63 \left(\frac{h}{d}\right)^2 \sqrt{\frac{h}{D}} \quad (15)$$

品质因数是衡量五模式超材料性质的一个重要参数，品质因数越大，就越容易解除压缩波和剪切波之间的耦合。由连续介质力学可知，各向同性介质中压缩波的相速度 c_B 表示为

$$c_B = \sqrt{\frac{B+4G/3}{\rho_B}} \approx \sqrt{\frac{B}{\rho_B}} \quad (16)$$

其中 ρ_B 表示有效动态质量密度，近似等式是在 $B \gg G$ 的条件下获得的。对于剪切波相速度 c_G 则可表示为

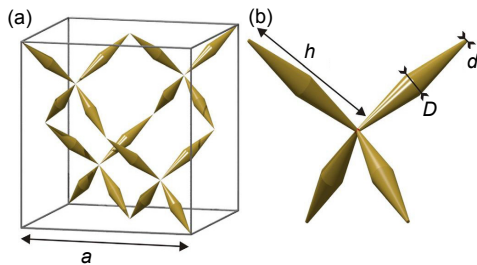


图 10 Kadic 等人于 2012 年提出的有限接触直径的五模式超材料结构^[8]。

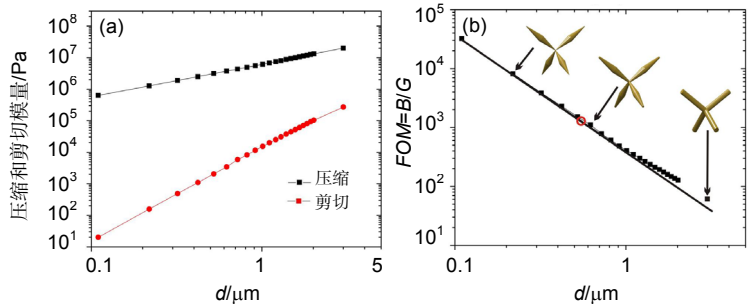


图 11 小接触锥直径与弹性模量及品质因数之间的关系^[7]。

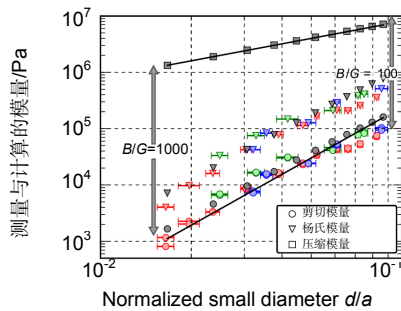


图 12 弹性模量与结构参数 d/a 之间的关系^[9]。

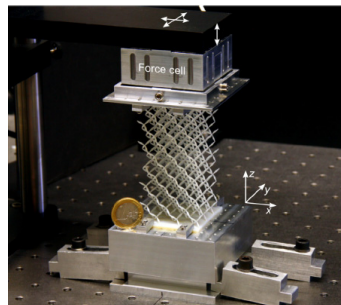


图 13 测试剪切模量和杨氏模量的测试装置^[9]。

	$d=0.2 \mu\text{m}$	$d=0.5 \mu\text{m}$	$d=1 \mu\text{m}$	$d=2 \mu\text{m}$
$D=2 \mu\text{m}$	284 m/s 0.57% 42.0	413 m/s 0.67% 16.8	512 m/s 0.89% 8.5	570 m/s 1.47% 4.4
$D=3 \mu\text{m}$	240 m/s 1.24% 41.1	360 m/s 1.38% 16.3	460 m/s 1.66% 8.2	562 m/s 2.37% 4.3
$D=4 \mu\text{m}$	212 m/s 2.17% 40.0	324 m/s 2.35% 16.0	422 m/s 2.70% 7.8	541 m/s 3.53% 4.2
$D=5 \mu\text{m}$	194 m/s 3.37% 37.7	292 m/s 3.59% 15.3	397 m/s 4.00% 7.7	521 m/s 4.96% 4.1

图 14 不同结构参数 d 和 D 情况下的相速度比(红色)，压缩波相速度(黑色)和体积填充率(绿色)^[8]。

$$c_G = \sqrt{\frac{G}{\rho_G}} \quad (17)$$

根据连续介质力学,物质的质量守恒定律的一种表达形式为

$$\rho_0 = \rho J \quad (18)$$

其中 J 为雅克比行列式, $J = \det[\frac{\partial x_i}{\partial X_i}]$, X 表示初始时刻物体的位置矢量, x 表示任意时刻的位置矢量,雅克比行列式 J 表示时刻 t 的体积元与时刻 t_0 的体积元之比,故

$$J = \det[\frac{\partial x_i}{\partial X_i}] = \frac{dV}{dV_0} \quad (19)$$

设变形前物质体积元为 dV , 变形后变化为 $\Delta(dV)$, E_{ii} 为应变张量主对角元。因为五模式超材料难以压缩,波在传输时引起的形变远远小于自身的尺寸,可以看作小变形问题,略去 E_{ii} 的高阶项,引入体积应变 e , 则有

$$e = \frac{\Delta(dV)}{dV} \approx \frac{dV(E_{11} + E_{22} + E_{33})}{dV} = E_{kk} \quad (20)$$

$$J = \frac{dV}{dV_0} = \frac{dV_0 + \Delta(dV_0)}{dV_0} = \frac{dV_0(1+e)}{dV_0} = 1 + E_{kk}$$

变形很小的情况下, $E_{ii} \ll 1$, 故可认为 $J=1$, 代入式(18)得:

$$\rho_0 = \rho \quad (21)$$

也就是说五模式材料在变形前后可以认为两个等效质量密度 ρ_B 与 ρ_G 被看作容易测量的静态质量密度 ρ_0 ($\rho_0 = f\rho$, 其中 f 为体积填充率, ρ 为填充材料的密度), 即 $\rho_B = \rho_G = \rho_0$ 。那么,五模式超材料的品质因数与相速度的比值存在如下关系:

$$B/G \propto (c_B/c_G)^2 \quad (22)$$

所以就可以通过计算双锥全同型五模式超材料在动态情况下的压缩波和剪切波的相速度,来衡量品质因数的大小。

由式(15)、(16)和(17)可知,如果在基元组成材料不变的情况下,相速度变化与几何结构参数 h 和 d 的相关度较大,因为 h 和 d 直接关系到 B 和 G , 而 D 对 B 和 G 的影响通过平方根被弱化,因此 D 对相速度影响甚微。率先研究五模式超材料实物的 Aude Martin 和 Muamer Kadic 等人已经给出了经验公式^[8]:

$$c_B/c_G \approx 0.5h/d \quad (23)$$

式(23)表明了相速度比值主要由几何结构参数 h 和 d 决定。其中,在长波极限条件下 $ka \ll 1$, 五模式

超材料的压缩波相速度接近各向同性,因此在其能带结构图的归一化频率 $a/\lambda \ll 1$ 的范围内会出现压缩波单一模式传输的区域,因此压缩波模式的色散关系几乎为一条直线,故压缩波相速度 c_B 的值为五模式超材料声子能带图单模区域中压缩波 c_B 对应的能带曲线斜率, c_G 的值为单模区域下边界处剪切波对应的能带曲线的斜率(比如图 2 中,斜率大的代表压缩波相速度,斜率低的代表剪切波相速度)^[6]。

根据已有的分析和研究,双锥窄直径 d 是品质因数的关键影响因素,双锥宽直径 D 对品质因数的影响较小。但是如果进行宽直径调控和窄直径调控的组合,品质因数到底会有什么样的变化呢?接下来分析结构微扰的影响。

4.2.1 结构微扰的影响

我们研究了在 4.1.1 中已经建立的结构微扰模型——双锥窄直径不同型(类型 2)、双锥宽直径不全同型(类型 3)、宽窄直径各均不全同(类型 4)这三种情况下的品质因数,图 15 绘制了其结构微调程度与相速度比之间的关系,可以看出,当同步调控双锥窄直径和宽直径时相速度比最大,大约在 $m=n=0.55$ 左右达到最大值,此时的结构稳定性也比较好,能够兼顾高品质因数和高稳定性。

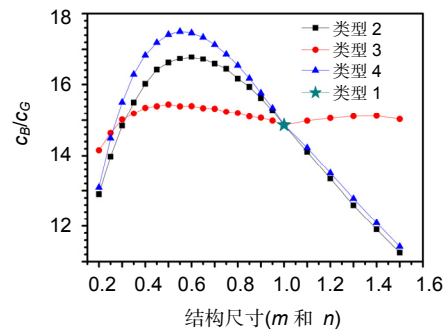


图15 结构微调程度对压缩波和剪切波相速度比的影响^[20]。

4.2.2 材料参数的影响

为了研究材料参数对五模式超材料品质因数的影响,这里采用压缩波相速度与剪切波相速度比值的大小来衡量品质因数的高低,采用与 4.1.2 小节中相同的结构和材料参数(即 $d=0.55$ mm, $D_0=3$ mm, 晶格常数 $a=37.3$ mm, $n=D_2/D_0=0.4$), 体密度、杨氏模量以及泊松比分别单一变化时,压缩波相速度、剪切波相速度以及二者比值随密度、杨氏模量和泊松比的变化关系曲线如图 16(a)、16(b)与 16(c)所示。

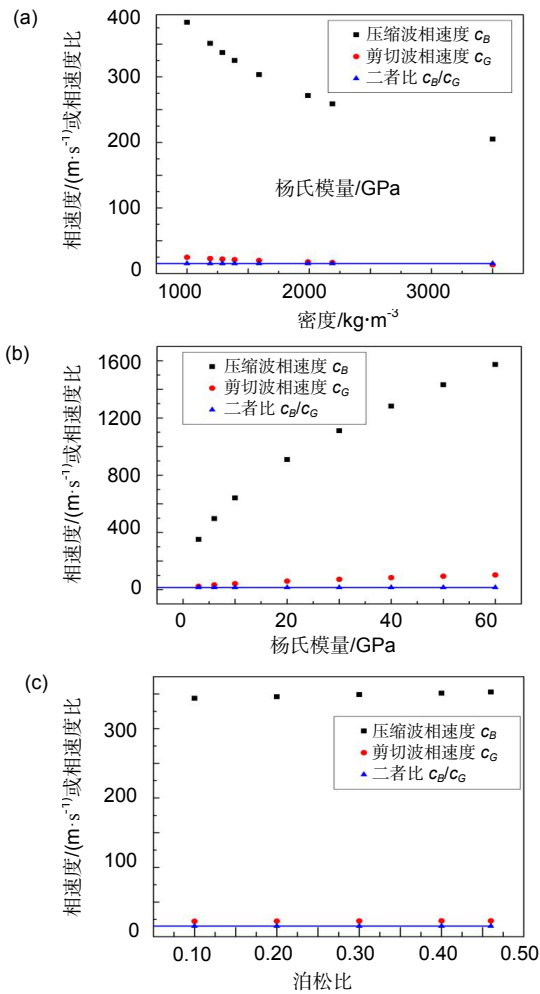


图 16 材料参数对压缩波相速度、剪切波相速度以及二者相速度比值的影响. (a) 密度对相速度以及比值的影响. (b) 杨氏模量对相速度以及比值的影响. (c) 泊松比对相速度以及比值的影响.

由图 16 知, 材料密度变大, 两种相速度均减小, 这是因为物体中纵横波的相速度分别与密度的平方根成反比; 杨氏模量增大, 两种相速度也分别增大, 这是因为材料的体积模量 B 和剪切模量 G 都与杨氏模量的大小成比例, 杨氏模量的增大意味着材料抗外力形

变的能力变强^[28], 体积弹性模量和剪切模量均变大, 从而导致纵波和横波的相速度增加。材料的泊松比变化对两种相速度影响均不大, 这是因为泊松比的范围最大不超过 0.5, 然而对于 0.1~0.4 的变化范围, 相速度比值结果改变量不超过 10%。对于 $B/G \ll 1$, 泊松比可以近似为 $\nu = 0.5(1 - (B/G)^{-1})$ 。这意味着当 $B/G = 10^3$ 时, 有效的泊松比偏离理想值 0.5 仅 0.5×10^{-3} , 偏差非常小。

虽然密度和杨氏模量会对压缩波相速度和剪切波相速度分别产生影响, 但是最终二者相速度的比值几乎维持不变。由弹性动力学方程的可扩展性, B 和 G 不依赖于任何绝对的大小^[13], 所以当五模式超材料的组元材料发生改变, 最终结构整体的等效体积模量和剪切模量的比值不变。五模式超材料品质因数的大小主要是由其几何结构所决定的。

5 局域共振型五模式超材料

目前已有的五模式超材料, 无论是二维还是三维五模式超材料, 都是基于布拉格散射原理工作的。虽然报道中一般称为亚波长工作, 但是实际上对于周期结构单元为厘米量级的五模式超材料其单模区域为千赫兹而三维完全声子禁带区已接近 10 kHz, 因此实际上是基于布拉格散射机理。而频率越低的声波传播的越远, 越需要进行声波调控。对于低频声波的调控, 如果利用布拉格散射机理的超材料, 所需的结构尺寸会过大而失去实用价值。而局域共振型声子晶体能够实现小尺寸低频声波的调控, 借鉴局域共振型声子晶体的工作原理, 我们提出并研究了局域共振型五模式超材料。

图 17(a)所示为利用复合材料的双锥单元构建的局域共振型五模式超材料, 采用前述计算图 3 的结构参数, 利用 COMSOL 软件周期性边界条件计算的能带图如图 17(b)所示。通过对比图 17(b)和图 3(b), 目

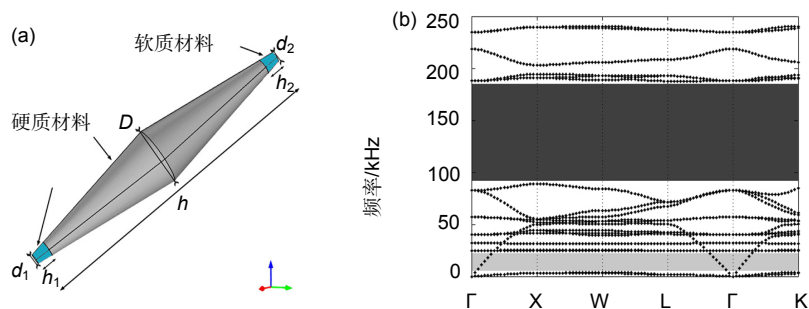


图 17 (a)局域共振型五模式超材料及(b)其声子能带图.

前对于周期单元长度 $a=37.3\text{ mm}$ 构建的局域共振型五模式超材料,其单模区域频率范围为 $4\sim 26\text{ Hz}$ (即压缩波与剪切波解耦合,也就是“金属水”特性),完全声子禁带区域频率范围为 $92\sim 185\text{ Hz}$ (即“声子晶体”的特点)。而传统的五模式超材料在相同周期单元长度的情况下,仅能够实现 $487\sim 2880\text{ Hz}$ 的单模传输,第一禁带出现在 $8.95\sim 9.99\text{ kHz}$ 。带有局域共振特性的五模式超材料的工作频率降低了至少 2 个数量级,能够实现 100 Hz 以下频率声波的单模传输和完全声子禁带。

而且从图 18 可以看出,局域共振型五模式超材料的品质因数更大,这就意味着局域共振型五模式超材料不仅可以实现低频隐身和减振降噪,而且其流体性质更加优良。

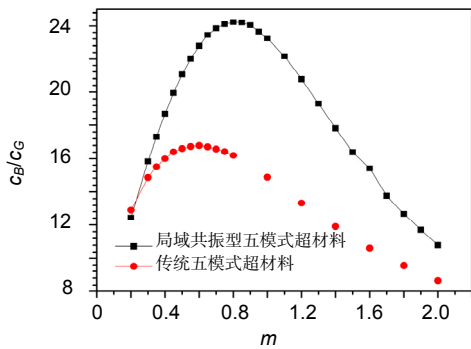


图 18 局域共振型与传统布拉格散射型五模式超材料的品质因数比较。

在局域共振型五模式超材料结构中,我们将原胞看作一个共振单元。窄直径连接区域是软质材料构成的,软质材料给整个共振系统提供了共振所需的弹性,而硬质材料链接在软质材料上给整个共振系统很大的质量,这样组成了具有低频的共振单元。当基体中传播的弹性波的频率接近共振单元的共振频率时,共振结构单元将与弹性波发生强烈的耦合作用,使其不能

继续向前传播,从而导致了带隙的产生。图 19(a)为共振单元起振状态,此时共振单元右下角窄直径连接区域先开始产生形变,而共振单元左上角窄直径连接区域则几乎没有形变。图 19(b)为共振单元共振状态,此时共振单元两个窄直径连接区域同时发生形变而宽直径处几乎没有形变。

6 五模式超材料数值计算方法

研究五模式超材料的数值计算时,主要在于对其声子能带、声场分布等研究,目前报道的五模式超材料的数值计算方法主要采用了有限元法,其收敛性好,目前有很多成熟的商业软件可供选择,国际上用的较多的是 COMSOL Multiphysics。

在线弹性、各向同性、无阻尼且无源的均匀介质中,弹性波的波动方程为^[29]

$$-\omega^2 \mathbf{u} = \hat{L}_u \mathbf{u} = \rho^{-1} \{ \nabla [(\lambda + 2\mu)(\nabla \cdot \mathbf{u})] - \nabla \times (\mu \nabla \times \mathbf{u}) \}, \quad (24)$$

其中: $\mathbf{u}=(u_x, u_y, u_z)$ 为位移矢量, ρ 为介质密度, ∇ 为微分算子, λ 和 μ 分别为材料的拉梅常数,于是弹性波方程就变为本征值问题, ω^2 便是本征值。而在流体中只有纵波存在,若不考虑粘性,其波动方程为

$$\nabla \cdot \left(\frac{1}{\rho} \nabla p \right) = -\frac{1}{\rho c_l^2} \omega^2 p, \quad (25)$$

式中: p 为压力, c_l 为纵波波速。利用有限元软件 COMSOL 求解波动方程,由于五模式超材料和水或者空气形成的结构具有周期性,由 Bloch 定理可知计算只需在一个原胞内进行,经软件划分有限元网格后,原胞离散形式的特征值方程表示为

$$(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M})\mathbf{U} = 0. \quad (26)$$

根据有限元理论,每个单元中的任一点的位移都可以用所在单元节点的位移插值表示如下:

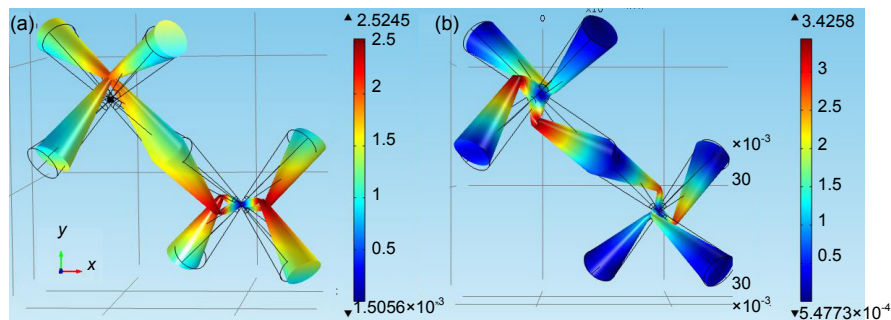


图 19 局域共振型五模式超材料单元在 185 Hz 时的振动形态。
(a) 结构起振的振动形态。(b) 结构共振的振动形态。

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{v} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} N_i & 0 & N_j & 0 & N_m & 0 \\ 0 & N_i & 0 & N_j & 0 & N_m \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_i \\ v_i \\ u_j \\ v_j \\ u_m \\ v_m \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} IN_i & IN_j & IN_m \\ N_i & N_j & N_m \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a_i \\ a_j \\ a_m \end{pmatrix} = \mathbf{N}\mathbf{a}^e, \quad (27)$$

其中： \mathbf{I} 为单位矩阵， \mathbf{N} 称为形函数矩阵。 N_i, N_j, N_m 为形函数或者单元插值函数，是线性独立的，且满足：在单元任何一点处的各个形函数之和为 1，即 $N_i + N_j + N_m = 1$ 。 \mathbf{a}^e 称为单元结点位移阵列。在有限元思想中，网格的划分通常是典型的 3 结点三角形单元，在每个节点处位移有两个分量，即：

$$\mathbf{a}_i = \begin{pmatrix} u_i \\ v_i \end{pmatrix} (i, j, m), \quad (28)$$

而每个单元有 6 个结点自由度，因此

$$\mathbf{a}^e = \begin{pmatrix} a_i \\ a_j \\ a_m \end{pmatrix} = [u_i \ v_i \ u_j \ v_j \ u_m \ v_m]^T. \quad (29)$$

单元结点位移被确定之后，利用相关的本构方程将刚度矩阵表示为 $\mathbf{K} = \int \mathbf{B}^T \mathbf{C} \mathbf{B} dV_e$ ，质量矩阵表示为 $\mathbf{M} = \int \rho \mathbf{N}^T \mathbf{N} dV_e$ ， \mathbf{B} 和 \mathbf{N} 分别为应变矩阵和形函数矩阵， V_e 表示整个原胞计算区域。

由 Bloch 定理可知，周期结构中的波场满足：

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}) = \mathbf{u}_k(\mathbf{r}) \exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})], \quad (30)$$

其中 $\mathbf{u}(\mathbf{r}) = (u_x, u_y, u_z)$ ， \mathbf{k} 为波矢， $\mathbf{u}_k(\mathbf{r})$ 为周期函数，由式(30)可知，原胞的外边界满足：

$$\mathbf{U}(\mathbf{r} + \mathbf{a}) = \mathbf{U}(\mathbf{r}) \exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{a})], \quad (31)$$

\mathbf{a} 为晶格常数矢量，结合式(26)和(31)，就可以在给定波矢 \mathbf{k} 的情况下求解特征频率，然后将特征频率代入式(26)，就可以得到该特征频率对应的本征态 $\mathbf{U}(\mathbf{r})$ ，再令波矢 \mathbf{k} 沿着不可约布里渊区的边界扫描，就可以确定声子能带。

7 五模式超材料制备及测试

7.1 五模式超材料制备工艺

目前已报道的五模式超材料技术包括 3D 打印技术^[9,12,30]，激光直写技术^[7]，水枪切割技术^[31]，慢走丝线切割技术^[19]和微细铣削技术^[15]。按照五模式超材料

制备的结构维度可以分为三维五模式超材料制备工艺和二维五模式超材料制备工艺两大类。

在三维五模式超材料制备工艺方面，德国卡尔斯鲁厄理工学院的研究人员于 2012 年利用激光直写技术(Direct-laser-writing)加工高分子聚合物，首次制备出单元结构尺寸为微米级别的三维五模式超材料微结构，如图 20(a)与图 20(b)^[7]。制备的微结构样件整体尺寸为 $261 \mu\text{m} \times 261 \mu\text{m} \times 224 \mu\text{m}$ ，由 $7 \times 7 \times 6$ 个面心立方晶胞构成，晶胞内部双锥最窄接触处直径为 $1 \mu\text{m}$ ，双锥最宽处直径为 $3 \mu\text{m}$ 。这种微观五模式超材料的成功制备，将 1995 年 Milton 等提出的三维五模式超材料结构从概念变为现实，打开了五模式超材料在实际应用方面的大门。然而，由于聚合物承载能力较弱，五模式超材料的双锥窄直径在这种方法下不能做到太

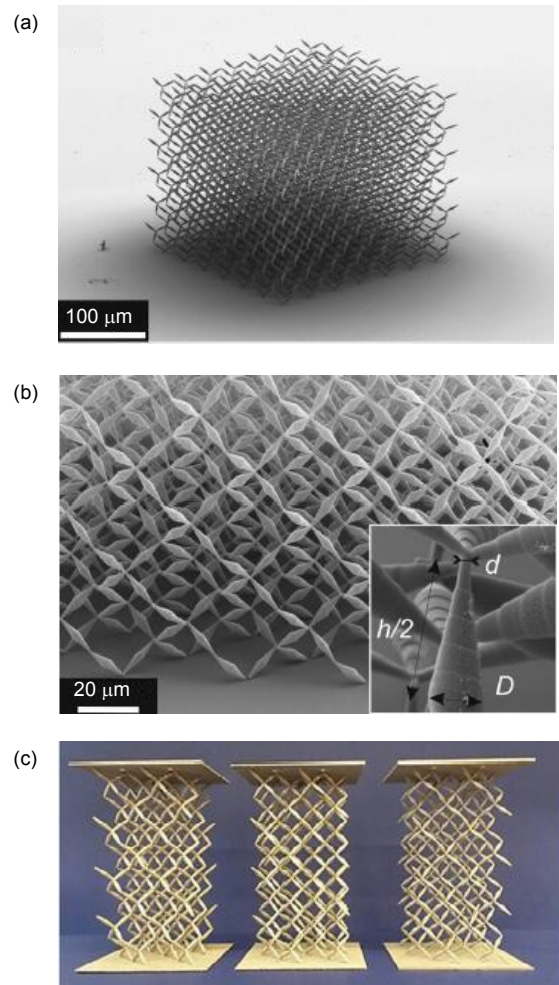


图 20 三维五模式超材料样件. (a) 激光直写技术制备的五模式超材料^[7]. (b) 激光直写技术制备样件的电子显微镜图^[7]. (c) 金属 3D 打印技术制备的宏观五模式超材料^[30].

小,否则结构在重力作用下很容易在窄接触处断裂。因此如何制备结构尺寸较小的微结构时,窄接触处的连接尺寸也可以以尽可能的小,从而获得较高品质因数的五模式超材料成为三维五模式超材料制备中的难点。激光直写技术的优点是可以制作微米量级精度,缺点在于结构稳定性和样件的表面平滑度不高。2013年该研究团队又利用喷涂 3D 打印技术制备了单元结构尺寸为毫米量级的宏观聚合物五模式超材料微结构,制备的微结构样件为包含一个 $3 \times 3 \times 6$ 周期晶胞单元的立方结构,其晶胞晶格常数分别为 10 mm 和 15 mm,并通过力学性能测试验证了其高品质因数(大于 1000)^[9]。

2016 年意大利的 Amendola 等^[30]利用金属 3D 打印技术打印出了钛基三维五模式超材料样件,见图 20(c),并对其进行了水平和垂直方向等效刚度,剪切模量和压缩模量等力学性能的测试。其测试结果表明,微观结构的几何形状和约束的晶格的宏观长宽比强烈影响结构的横向和垂直刚度性质。虽然金属 3D 打印技术可以得到稳定性较好的三维五模式超材料,但是其样件结构表面不够光滑,会对声波的传播造成不可预估的影响。

我们也利用光固化的 3D 打印技术进行了毫米量级 $2 \times 2 \times 3$ 晶胞单元宏观尺寸聚合物基三维五模式超材料的制作,测试的等效杨氏模量为 8.93 kPa。光固化 3D 打印技术虽然制作的样件具有较高的精度和较好的表面平滑度,但是其结构非常不稳定,在双锥窄

接触处非常容易产生断裂。此外,尼龙烧结 3D 打印技术也可以用来制作稳定性较好的三维五模式超材料,与金属 3D 打印技术相似,其加工的样件结构表面粗糙。

二维五模式超材料制备,主要技术有金属 3D 打印技术、水枪切割技术、慢走丝切割技术和微细铣削技术等^[15, 19, 30]。

北京理工大学利用金属 3D 打印技术制备了钛基五模式超材料二维结构(图 21(a)),样件的截面直径为 118 mm、高度为 104 mm 的圆柱体,六边形晶胞单边长为 20 mm,薄壁厚度为 1 mm^[19]。图 21(b)和 21(c)分别为他们利用慢走丝切割技术制备的二维铝基五模式超材料和二维梯度渐变环形五模式超材料隐身衣样件。图 21(b)的两个样件微结构五模式超材料所占区域长宽均为 120.00 mm 和 34.64 mm,厚度分别为 10 mm 和 50 mm,均采用板材整体切割而成。其胞元边长为 10 mm,最薄壁厚为 0.4 mm,杨氏模量测试结果为 85 MPa。慢走丝线切割是利用连续移动的细金属丝(称为电极丝)作电极,对工件进行脉冲火花放电蚀除金属切割成型,主要用于加工各种形状复杂和精密细小的工件。图 21(d)为武汉第二船舶研究所采用微细铣削制备的环形铝基五模式超材料^[15],该环形材料周向包含 50 个周期,径向包含 13 层相同等效性质的微结构。环形层内径、外径分别为 75 mm 和 150 mm,最小连接点尺寸达到了 0.1 mm。微细铣削作为微细加工技术的一种,通过反复少量地切削基材而制备样件,通常加工

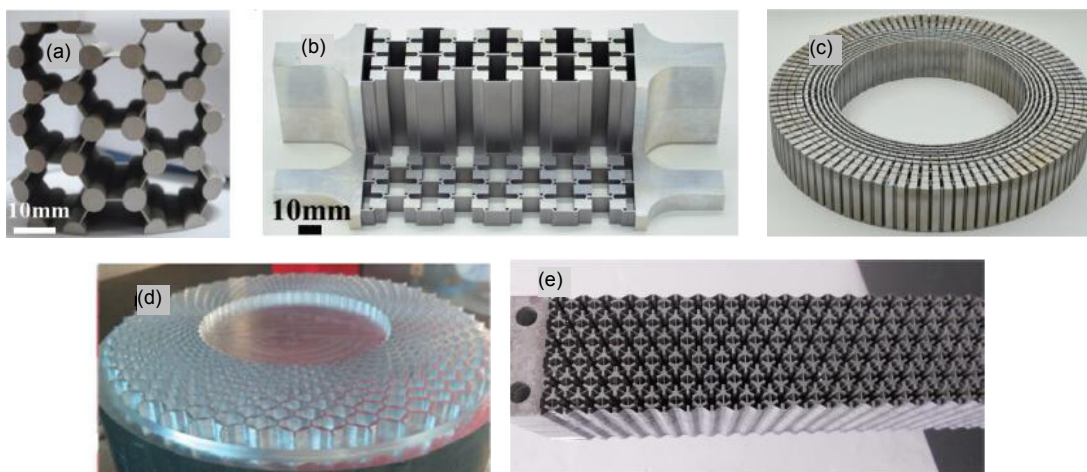


图 21 二维五模式超材料样件。(a) 3D 打印制备的钛基五模式超材料样件^[19]。(b) 慢走丝线切割制备的铝基五模式超材料样件^[19]。(c) 慢走丝线切割制备的梯度渐变环形铝基五模式超材料斗篷^[19]。(d) 微细铣削制备的铝基环形五模式超材料样件^[15]。(e) 水枪切割制备的铝基五模式超材料样件^[31]。

的样件尺寸在厘米尺度,加工花费时长相对较长。

2013年法国 Hladky-Hennion 等^[31]通过水枪切割技术设计了铝基平板型二维五模式超材料,并实现了声波聚焦功能(图 21(e))。样件由分贝用水枪切割的 15 层 5 mm 厚的铝板拼接而成,样件的长度为 265 mm,宽度在 58.1 mm 到 60 mm 之间,高度为 75 mm。样件晶胞为正六边形蜂窝结构(五模式超材料二维结构),晶胞单边长为 6.445 mm,蜂窝结构壁厚度为 0.5 mm。水枪切割是一种利用高压水流切割物体的技术,其成本低,易操作,受材料质地影响小,切割表面也比较平整,但却不便于加工较厚的铝板。

7.2 五模式超材料测试方法

五模式超材料的声学性能测试可以采用声驻波管进行不同波型、不同入射角度条件下的声波传播特性包括吸声系数与透射率等^[32]。然而声驻波管多数为圆柱结构,需要将五模式超材料设计加工成声驻波管所需的结构进行测试。采用声子晶体声学特性测试手段测试五模式超材料的声学性质比较方便^[33-34]。比如利用图 22 所示测试原理进行五模式超材料的声学透射特性测试^[34]。所采用的实验仪器有 B&K 1027 信号发生器, B&K 2718 功率放大器, HC650 扬声器, HS5660A 声级计, HP 35670A 频谱分析仪。实验中,为了减小声波绕射效应,可以采用普通彩钢板为隔声板(隔声量为 30 dB),厚度 70 mm,长×宽=2600 mm×2000 mm。在彩钢板中间开长方形窗口安装带隙结构,周围密封防止漏声。 $L_1=125\text{ mm}$ 与 $L_2=275\text{ mm}$ 这两个距离是综合考虑防止绕射、减少声波损耗,并根据实际测试情况而定的,可以实现其吸声系数及透过率测试。

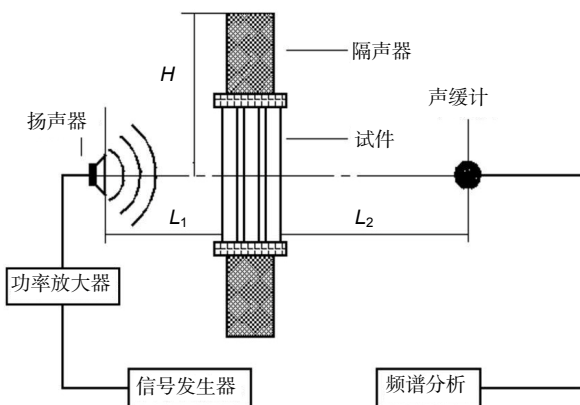


图 22 声学透射系数测试实验示意图^[34]。

8 总结与展望

本文从五模式超材料的概念、声学变换基本原理、

Bragg 型、局域共振型五模式超材料的声学及弹性力学性质、材料制备、测试等方面对五模式超材料的研究进展进行了详细介绍。

五模式超材料作为良好流体性质的超材料,用于水声隐身具有低频、宽带、全方向的优势,并能够降低声目标强度,抑制被隐身物体振动噪声,因此具有重要的应用价值。

带有完全声子禁带的五模式超材料不仅在单模工作频率范围内具有良好的流体性质,还拥有完全声子禁带频率区间。因此除用于声隐身之外,还可广泛用于减振降噪、建筑物防震、古建筑保护、大型音乐厅设计、能量收集和新型声学器件等领域。我们所提出的局域共振型五模式超材料能够在低频声波控制方面发挥关键作用。

虽然五模式超材料已经在声学、力学和弹性性质、声隐身的声学变换原理方面进行了大量的研究,但是作为一个起步不久的新兴领域,目前仍有很多方面和关键技术需要值得广泛开展研究。

1) 新型五模式原胞构建和设计。现有的二维或者三维五模式原胞均具有较高的结构对称性,降低或改变其结构对称性,比如研究二维对称、一维对称的五模式超材料,研究体心立方、简立方等原胞结构构建的五模式超材料,以设计具有更大各向异性调节程度、更宽完全声子禁带而且易于加工制备的新构形。

2) 五模式超材料的工作机理研究。五模式超材料的布拉格散射机理、局域共振机理研究、二维五模式超材料的工作机理。可以考虑借鉴等效电路模型、弹簧质量模型等研究其工作机理,有助于更好的设计高性能五模式超材料。

3) 高效模拟算法及优化。鉴于五模式超材料的低体积填充率和其复杂的微结构形状,采用直接有限元离散需要大量资源而且耗时较长,尤其是对于有限周期原胞数目的可实用化的三维结构的数值计算工作量巨大。因此,建立快速高效的数值模拟算法至关重要。另外,可以借鉴“编码电磁超材料”的设计思想,利用遗传算法、拓扑理论等进行“编码五模式超材料”的设计优化。

4) 五模式超材料的实验验证。五模式超材料的基础材料、加工精度还受到一定的条件所限。而且其工程验证也需要解决如何实现高精度大尺寸快速加工、结构脆裂不耐压等问题。

基金项目

国家自然科学基金资助项目(61671372)和中央高校基本科研业务费资助项目(xjj2015109)。

参考文献

- Milton G W, Cherkaev A V. Which elasticity tensors are realizable?[J]. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 1995, **117**(4): 483-493.
- Norris A N. Acoustic cloaking theory[J]. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 2008, **464**(2097): 2411-2434.
- Norris A N. Acoustic metafluids[J]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 2009, **125**(2): 839-849.
- Scandrett C L, Boisvert J E, Howarth T R. Acoustic cloaking using layered pentamode materials[J]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 2010, **127**(5): 2856-2864.
- Tian Ye, Wei Qi, Cheng Ying, et al. Broadband manipulation of acoustic wavefronts by pentamode metasurface[J]. *Applied Physics Letters*, 2015, **107**(22): 221906.
- Bückmann T, Stenger N, Kadic M, et al. Tailored 3D mechanical metamaterials made by dip-in direct-laser-writing optical lithography[J]. *Advanced Materials*, 2012, **24**(20): 2710-2714.
- Kadic M, Bückmann T, Stenger N, et al. On the practicability of pentamode mechanical metamaterials[J]. *Applied Physics Letters*, 2012, **100**(19): 191901.
- Martin A, Kadic M, Schittny R, et al. Phonon band structures of three-dimensional pentamode metamaterials[J]. *Physical Review B*, 2012, **86**(15): 155116.
- Schittny R, Bückmann T, Kadic M, et al. Elastic measurements on macroscopic three-dimensional pentamode metamaterials [J]. *Applied Physics Letters*, 2013, **103**(23): 231905.
- Kadic M, Bückmann T, Schittny R, et al. On anisotropic versions of three-dimensional pentamode metamaterials[J]. *New Journal of Physics*, 2013, **15**(2): 023029.
- Bückmann T, Schittny R, Thiel M, et al. On three-dimensional dilational elastic metamaterials[J]. *New Journal of Physics*, 2014, **16**(3): 033032.
- Bückmann T, Thiel M, Kadic M, et al. An elasto-mechanical unfeelability cloak made of pentamode metamaterials[J]. *Nature Communications*, 2014, **5**: 4130.
- Kadic M, Bückmann T, Schittny R, et al. Metamaterials beyond electromagnetism[J]. *Reports on Progress in Physics*, 2013, **76**(12): 126501.
- Aravantinos-Zafirios N, Sigalas M M, Economou E N. Elastodynamic behavior of the three dimensional layer-by-layer metamaterial structure[J]. *Journal of Applied Physics*, 2014, **116**(13): 133503.
- Xiao Qianjin, Wang Lei, Wu Tao, et al. Research on layered design of ring-shaped acoustic cloaking using bimode metamaterial[J]. *Applied Mechanics and Materials*, 2014, **687-691**: 4399-4404.
- Zhang Xiangdong, Chen Hong, Wang Lei, et al. Theoretical and numerical analysis of layered cylindrical pentamode acoustic cloak[J]. *Acta Physica Sinica*, 2015, **64**(13): 0134303.
张向东, 陈虹, 王磊, 等. 圆柱形分层五模材料声学隐身衣的理论分析与数值分析[J]. *物理学报*, 2015, **64**(13): 0134303.
- Cai Xuan, Wang Lei, Zhao Zhiguo, et al. The mechanical and acoustic properties of two-dimensional pentamode metamaterials with different structural parameters[J]. *Applied Physics Letters*, 2016, **109**(13), doi: 10.1063/1.4963818.
- Chen Yi, Liu Xiaoning, Hu Gengkai. Latticed pentamode acoustic cloak[J]. *Scientific Reports*, 2015, **5**: 15745.
- Chen Yi, Liu Xiaoning, Xiang Ping, et al. Pentamode material for underwater acoustic wave control[J]. *Advances In Mechanics*, 2016, **46**(1): 382-434.
陈毅, 刘晓宁, 向平, 等. 五模材料及其水声调控研究[J]. *力学进展*, 2016, **46**(1): 382-434.
- Wang Zhaohong, Cai Chengxin, Li Qingwei, et al. Pentamode metamaterials with tunable acoustics band gaps and large figures of merit[J]. *Journal of Applied Physics*, 2016, **120**(2): 024903.
- Cai Chengxin, Wang Zhaohong, Li Qingwei, et al. Pentamode metamaterials with asymmetric double-cone elements[J]. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 2015, **48**(17): 175103.
- 王兆宏, 李青蔚, 蔡成欣, 等. 可用于隔声和带隙调控的五模式超材料[J]. *声学学报*, 2017, **42**(in press)
- Torrent D, Sánchez-Dehesa J. Acoustic cloaking in two dimensions: a feasible approach[J]. *New Journal of Physics*, 2008, **10**(6): 063015.
- Wen Xisen, Wen Jihong, Yu Dianlong, et al. Phononic crystals [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2009.
温熙森, 温激鸿, 郝殿龙, 等. 声子晶体[M]. 北京: 国防工业出版社, 2009.
- Pendry J B, Li J. An acoustic metafluid: realizing a broadband acoustic cloak[J]. *New Journal of Physics*, 2008, **10**(11): 115032.
- Cummer S A, Schurig D. One path to acoustic cloaking[J]. *New Journal of Physics*, 2007, **9**(3): 45.
- Shelby R A, Smith D R, Schultz S. Experimental verification of a negative index of refraction[J]. *Science*, 2001, **292**(5514): 77-79.
- Yang Guitong. Introduction to elasticity[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2006: 41-47.
杨桂通. 弹性力学简明教程[M]. 北京: 清华大学出版社, 2006: 41-47.
- Auld B A. Acoustic fields and waves in solids[M]. New York: John Wiley & Sons, 1992.
- Amendola A, Smith C J, Goodall R, et al. Experimental response of additively manufactured metallic pentamode materials confined between stiffening plates[J]. *Composite Structures*, 2016, **142**: 254-262.
- Hladky-Hennion A C, Vasseur J O, Haw G, et al. Negative refraction of acoustic waves using a foam-like metallic structure[J]. *Applied Physics Letters*, 2013, **102**(14): 144103
- Chen Huaijun, Zeng Hongcheng, Ding Changlin, et al. Double-negative acoustic metamaterial based on hollow steel tube meta-atom[J]. *Journal of Applied Physics*, 2013, **113**(10): 104902.
- Chen Huaijun, Zhai Shilong, Ding Changlin, et al. Meta-atom cluster acoustic metamaterial with broadband negative effective mass density[J]. *Journal of Applied Physics*, 2014, **115**(5): 054905.
- Cui Zhanyou, Chen Tianning, Xu Ruiqi, et al. The role of slit in stop band of periodical narrow slit metal tubes[J]. *Acta Physica Sinica*, 2009, **58**(7): 4752-4759.
崔战友, 陈天宁, 许锐奇, 等. 二维开缝金属圆管带隙结构禁带特性中缝参数的研究[J]. *物理学报*, 2009, **58**(7): 4752-4759.